

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงทำจำนวนต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt{11^2} = |11| = 11$

2)  $\sqrt{(-17)^2} = |-17| = 17$

3)  $-\sqrt{35^2} = (-1) \times |35| = -35$

4)  $-\sqrt{(-140)^2} = (-1) \times |-140| = -140$

5)  $\sqrt{\left(\frac{25}{112}\right)^2} = \left|\frac{25}{112}\right| = \frac{25}{112}$

6)  $\sqrt{\left(\frac{-71}{84}\right)^2} = \sqrt{(-1)^2 \left(\frac{71}{84}\right)^2} = \left|\left(\frac{71}{84}\right)\right| = \frac{71}{84}$

7)  $-\sqrt{\left(\frac{19}{175}\right)^2} = (-1) \left|\frac{19}{175}\right| = -\frac{19}{175}$

8)  $-\sqrt{(0.08)^2} = (-1) |0.08| = -0.08$

9)  $\sqrt{0.25a^4}$  เมื่อ  $a > 0$   $= \sqrt{(0.5)^2(a^2)^2} = \sqrt{(0.5a^2)^2}$   
 $= |0.5a^2| = 0.5a^2$

10)  $\sqrt{\frac{9x^6y^8}{16}} = \sqrt{\left(\frac{3x^3y^4}{4}\right)^2} = \left|\frac{3x^3y^4}{4}\right| = \frac{3x^3y^4}{4}$

11)  $\sqrt{\frac{121m^{10}n^{20}}{625}} = \sqrt{\left(\frac{11m^5n^{10}}{25}\right)^2} = \left|\frac{11m^5n^{10}}{25}\right| = \frac{11m^5n^{10}}{25}$

12)  $\sqrt{0.0625a^{16}b^{24}} = \sqrt{(0.25a^4b^6)^2} = |0.25a^4b^6| = 0.25a^4b^6$

ตอบ

2. จงทำจำนวนต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{3}$

2)  $-\sqrt{28} = -\sqrt{2 \times 2 \times 7} = -2\sqrt{7}$

3)  $\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 10 \times 10} = 10\sqrt{2}$

4)  $\sqrt{675} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = (3 \times 5) \sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

5)  $\sqrt{725} = \sqrt{5 \times 5 \times 29} = 5\sqrt{29}$

6)  $\sqrt{1,350} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = (3 \times 5) \sqrt{2 \times 3}$

$= 15\sqrt{6}$

7)  $\sqrt{5000} = \sqrt{2 \times 50 \times 50} = 50\sqrt{2}$

8)  $\sqrt{7,200} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 10 \times 10}$

$= (2 \times 3 \times 10) \sqrt{2} = 60\sqrt{2}$

ตอบ

3. จงหาผลลัพท์

1)  $\sqrt{27} \times \sqrt{3} = \sqrt{27 \times 3} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt{9^2} = 9 = 9$

2)  $\sqrt{48} \times \sqrt{12} = \sqrt{2 \times 2 \times 12 \times 12} = \sqrt{24^2} = 24 = 24$

3)  $\sqrt{200} \times \sqrt{50} = \sqrt{2 \times 2 \times 50 \times 50} = \sqrt{100^2} = 100 = 100$

4)  $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{49}}{\sqrt{2}} = \sqrt{7^2} = 7 = 7$

5)  $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{108}{27}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2 = 2$

6)  $\sqrt{\frac{121}{625}} = \sqrt{\left(\frac{11}{25}\right)^2} = \frac{11}{25} = \frac{11}{25}$

$$7) \sqrt{0.0064} \times \sqrt{a^{18}} = \sqrt{(0.08)^2 \times (a^9)^2} = \sqrt{(0.08 a^9)^2} \\ = |0.08 a^9| = 0.08 a^9$$

$$8) \sqrt{\frac{484}{m^8}} \text{ เมื่อ } m \neq 0 = \sqrt{\frac{2^2 \times 11^2}{(m^4)^2}} = \sqrt{\left(\frac{22}{m^4}\right)^2} = \left|\frac{22}{m^4}\right| = \frac{22}{m^4}$$

ตอบ

4. จงประมาณค่าจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$  และ  $\sqrt{5} \approx 2.236$

$$1) \sqrt{18} = \sqrt{3 \times 3 \times 2} = 3\sqrt{2} = 3 \times 1.414 \approx 4.242$$

$$2) -\sqrt{75} = -\sqrt{3 \times 5 \times 5} = -5\sqrt{3} = (-5) \times 1.732 \approx -8.66$$

$$3) \sqrt{162} = \sqrt{9 \times 9 \times 2} = 9\sqrt{2} = 9 \times 1.414 \approx 12.726$$

$$4) \sqrt{243} = \sqrt{3 \times 9 \times 9} = 9\sqrt{3} = 9 \times 1.732 \approx 15.588$$

$$5) -\frac{450}{121} = (-1) \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}{11 \times 11} = \frac{(-1)(3 \times 5)\sqrt{2}}{11} \approx \frac{-15\sqrt{2}}{11}$$

$$= \frac{-15}{11} \times 1.414 \approx -1.928$$

$$6) 7\sqrt{3125} = 7 \times \sqrt{5 \times 25 \times 25} = (7 \times 25)\sqrt{5} \\ = 175 \times 2.236 \\ \approx 391.3$$

ตอบ

แบบฝึกหัด 1.2 ก

1. จงหาผลลัพท์

$$1) 8\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = \sqrt{2}(8+7) = 15\sqrt{2}$$

$$2) 15\sqrt{7} - 7\sqrt{7} = \sqrt{7}(15-7) = 8\sqrt{7}$$

$$3) 4\sqrt{3} - \sqrt{12} = 4\sqrt{3} - \sqrt{2 \times 2 \times 3} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}(4-2) = 2\sqrt{3}$$

$$4) -3\sqrt{7} + \sqrt{28} = -3\sqrt{7} + \sqrt{2 \times 2 \times 7} = -3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = \sqrt{7}(-3+2) = -1\sqrt{7}$$

$$5) \sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 5 \times 5} + \sqrt{2 \times 3 \times 3} - \sqrt{2 \times 2 \times 2} \\ = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(5+3-2) = 6\sqrt{2}$$

$$6) \sqrt{80} - \sqrt{45} + \sqrt{20} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} - \sqrt{3 \times 3 \times 5} + \sqrt{2 \times 2 \times 5} \\ = (2 \times 2)\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ = \sqrt{5}(4-3+2) \\ = 3\sqrt{5}$$

$$7) \sqrt{675} - \sqrt{432} + \sqrt{243} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} - \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2} + \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ = (3 \times 3)\sqrt{5} - (2 \times 2 \times 3)\sqrt{3} + (3 \times 3)\sqrt{3} \\ = \sqrt{3}(15-12+9) \\ = 12\sqrt{3}$$

$$8) \sqrt{500} - 3\sqrt{125} - \sqrt{245} = \sqrt{5 \times 10 \times 10} - 3\sqrt{5 \times 5 \times 5} - \sqrt{5 \times 7 \times 7} \\ = 10\sqrt{5} - (3 \times 5)\sqrt{5} - 7\sqrt{5} \\ = \sqrt{5}(10-15-7) \\ = -12\sqrt{5}$$

ตอบ

2. จงหาผลลัพท์

$$1) (2\sqrt{6} + 4\sqrt{3}) + (8\sqrt{3} - 5\sqrt{6}) \\ = 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 5\sqrt{6} \\ = 2\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} \\ = \sqrt{6}(2-5) + \sqrt{3}(4+8) \\ = -3\sqrt{6} + 12\sqrt{3}$$

$$2) (23\sqrt{2} + 7\sqrt{5}) - (9\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) \\ = 23\sqrt{2} + 7\sqrt{5} - 9\sqrt{5} - 4\sqrt{2} \\ = (23\sqrt{2} - 4\sqrt{2}) + (7\sqrt{5} - 9\sqrt{5}) \\ = 19\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$3) (\sqrt{180} - \sqrt{72}) - (\sqrt{200} + \sqrt{20}) = \sqrt{180} - \sqrt{72} - \sqrt{200} - \sqrt{20} \\ = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} - \sqrt{2 \times 6 \times 6} - \sqrt{2 \times 10 \times 10} - \sqrt{2 \times 2 \times 5} \\ = (2 \times 3)\sqrt{5} - 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 2\sqrt{5} \\ = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2} \\ = 4\sqrt{5} - 16\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 4) (\sqrt{675} + \sqrt{45}) - (\sqrt{300} - \sqrt{125}) &= \sqrt{675} + \sqrt{45} - \sqrt{300} + \sqrt{125} \\
 &= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} + \sqrt{3 \times 3 \times 5} - \sqrt{3 \times 10 \times 10} + \sqrt{5 \times 5 \times 5} \\
 &= 15\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 10\sqrt{3} + 5\sqrt{5} \\
 &= (15 - 10)\sqrt{3} + (3 + 5)\sqrt{5} \\
 &= 5\sqrt{3} + 8\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5) (12\sqrt{48} + 25) - (48 - 2\sqrt{75}) &= 12\sqrt{48} + 25 - 48 + 2\sqrt{75} \\
 &= 12\sqrt{3 \times 4 \times 4} - 23 + 2\sqrt{3 \times 5 \times 5} \\
 &= (12 \times 4)\sqrt{3} - 23 + (5 \times 2)\sqrt{3} \\
 &= 48\sqrt{3} - 23 + 10\sqrt{3} \\
 &= (48 + 10)\sqrt{3} - 23 \\
 &= 58\sqrt{3} - 23
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) (3\sqrt{1350} + 2\sqrt{450}) + (2\sqrt{98} - 3\sqrt{288}) &= 3\sqrt{1350} + 2\sqrt{450} + 2\sqrt{98} - 3\sqrt{288} \\
 &= 3\sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} + 2\sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} + 2\sqrt{2 \times 7 \times 7} \\
 &\quad - 3\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\
 &= (3 \times 3 \times 3) \sqrt{2 \times 3} + (2 \times 3 \times 5) \sqrt{2} + (2 \times 7) \sqrt{2} - (3 \times 2 \times 2 \times 3) \sqrt{2} \\
 &= 45\sqrt{6} + 30\sqrt{2} + 14\sqrt{2} - 36\sqrt{2} \\
 &= 45\sqrt{6} + (30 + 14 - 36)\sqrt{2} \\
 &= 45\sqrt{6} + 8\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

THAI

แบบฝึกหัด 1.2 ข

1. จงหาผลคูณ

$$1) \sqrt{50} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5 \times 5} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{2} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{2 \times 5} = 5\sqrt{10}$$

$$2) \sqrt{75} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5 \times 5} \times 2\sqrt{5} = 5\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} = 10\sqrt{15}$$

$$3) 2\sqrt{125} \times 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5 \times 5 \times 5} \times 3\sqrt{5} = (2 \times 5)\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \\ = 10\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \\ = 30\sqrt{5}^2 = 30 \times 5 = 150$$

$$4) \sqrt{7} \times (2\sqrt{7} + 5\sqrt{5}) = (\sqrt{7} \times 2\sqrt{7}) + (\sqrt{7} \times 5\sqrt{5}) \\ = 2 \times \sqrt{7}^2 + 5\sqrt{7 \times 5} \\ = (2 \times 7) + (5\sqrt{35}) = 14 + 5\sqrt{35}$$

$$5) 2\sqrt{3} \times (\sqrt{12} + 3\sqrt{72}) = (2\sqrt{3} \times \sqrt{12}) + (2\sqrt{3} \times 3\sqrt{72}) \\ = 2\sqrt{3 \times 12} + (2 \times 3)(\sqrt{3 \times 72}) \\ = 2\sqrt{6 \times 6} + 6\sqrt{3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ = (2 \times 6)(1) + (6 \times 2 \times 3)\sqrt{3 \times 2} \\ = 12 + 36\sqrt{6}$$

$$6) -3\sqrt{15} \times (\sqrt{60} - \sqrt{135}) = (-3\sqrt{15} \times \sqrt{60}) - (-3\sqrt{15} \times \sqrt{135}) \\ = (-3\sqrt{15 \times 15 \times 2 \times 2}) + (3\sqrt{15 \times 15 \times 3 \times 3}) \\ = [(-3) \times (15 \times 2)] + (3 \times 15 \times 3) \\ = -90 + 135 = 135 - 90 \\ = 45$$

2. จงหาผลคูณ

$$1) \frac{3\sqrt{162}}{\sqrt{18}} = 3\sqrt{\frac{162}{18}} = 3\sqrt{\frac{9 \times 9 \times 2}{2 \times 2}} = 3\sqrt{9} = 3 \times 3 = 9$$

$$2) \frac{3\sqrt{18,000}}{\sqrt{20}} = 3\sqrt{\frac{900}{20}} = 3\sqrt{30 \times 30} = 3 \times 30 = 90$$

$$3) \frac{-6\sqrt{175} \times 5}{3\sqrt{98}} = \frac{(-6) \times 5}{3} \times \sqrt{\frac{175}{98}} = (-10) \times \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 7}{2 \times 7 \times 7}} = (-10) \left(\frac{5}{7}\right) \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{-50}{7} \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$4) 12\sqrt{8} \times (-\sqrt{18}) \times \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{72}} = 12 \times (-1) \times 3 \times \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{18} \times \sqrt{2}}{\sqrt{8} \times \sqrt{9}} = \frac{(-12 \times 3) \sqrt{4} \sqrt{2} \sqrt{2}}{\sqrt{9}} = (-36) \sqrt{2}^2 \\ = (-36)(2) = -72$$

$$5) \frac{4y}{3} \times 3y = \sqrt{\frac{4 \times 9 \times y^2}{3}} = \sqrt{(2y)^2} = |2y| = 2y$$

$$6) \frac{\sqrt{12x^3}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{12x^3}{2x}} = \sqrt{6x^2} = x\sqrt{6}$$

3) จงประมาณค่าของจำนวนแต่ละข้อต่อไปนี้ เพื่อทศนิยมหนึ่ง  $\sqrt{2} \approx 1.414$  และ  $\sqrt{3} \approx 1.732$

$$1) \sqrt{\frac{49}{8}} = \frac{\sqrt{7 \times 7}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2}} = \frac{7}{2\sqrt{2}} = \frac{7}{2 \times 1.414} \approx 2.475$$

$$2) \frac{15}{\sqrt{12}} = \frac{15}{\sqrt{2 \times 2 \times 3}} = \frac{15}{2\sqrt{3}} = \frac{15}{2 \times 1.732} \approx 4.330$$

$$3) 2\sqrt{\frac{98}{3}} = 2\sqrt{\frac{2 \times 7 \times 7}{3}} = (2 \times 7)\sqrt{\frac{2}{3}} = 14 \times \frac{1.414}{1.732} \approx 11.429$$

$$4) \frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{2}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{5} \times \frac{1.732}{1.414} \approx 0.489$$

ตอบ

4) จงทำจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$1) \frac{5\sqrt{11}}{1} - \frac{7}{\sqrt{11}} + \frac{3}{\sqrt{11}} = \frac{(5\sqrt{11} \times \sqrt{11}) - 7 + 3}{\sqrt{11}} = \frac{(5 \times 11) - 4}{\sqrt{11}}$$

$$= \frac{55 - 4}{\sqrt{11}} = \frac{51}{\sqrt{11}} = \frac{51}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{51\sqrt{11}}{11}$$

$$2) \frac{2\sqrt{50}}{\sqrt{72}} + \frac{6}{\sqrt{72}} - \frac{4\sqrt{162}}{\sqrt{72}} = \frac{2\sqrt{2 \times 5 \times 5}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}} + \frac{6}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}} - \frac{4\sqrt{2 \times 9 \times 9}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}}$$

$$= \frac{(2 \times 5)\sqrt{2}}{\sqrt{2} (2 \times 3)} + \frac{6}{\sqrt{2} (2 \times 3)} - \frac{(4 \times 9)\sqrt{2}}{\sqrt{2} (2 \times 3)}$$

$$= \frac{10\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} + \frac{6}{8\sqrt{2}} - \frac{36\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} = \frac{-26\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} + \frac{1}{8\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-26\sqrt{2}\sqrt{2} + 1}{8\sqrt{2}} = \frac{(-26)(2) + 1}{8\sqrt{2}} = \frac{-52 + 1}{8\sqrt{2}} = \frac{-51}{8\sqrt{2}}$$

$$= (-1) \frac{51}{8\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-51\sqrt{2}}{16}$$

ตอบ

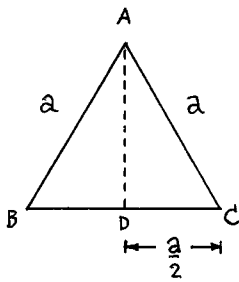
5) จงหาผลลัพธ์ เพื่อทศนิยมหนึ่ง  $a > 0$  และ  $b > 0$

$$\frac{\sqrt{49a^2b^2} + \sqrt{(-sab)^2}}{(\sqrt{2ab})^2} = \frac{\sqrt{7 \times 7 \times a^2 \times b^2} + |-sab|}{\sqrt{2ab} \sqrt{2ab}}$$

$$= \frac{7ab + sab}{2ab} = \frac{7ab + sab}{2ab} = 6$$

ตอบ

? จาก หน้า 27 :  $\Delta$  ด้านเท่า ขวด้านละ  $a$  หน่วย หาความสูง  $AD$  ได้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดย  $AC^2 = AD^2 + CD^2$



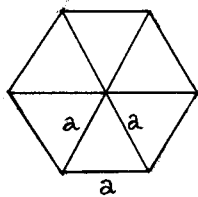
$$\text{ดังนั้น } AD^2 = AC^2 - CD^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$\therefore AD = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\text{ความสูงของ } \Delta \text{ ด้านเท่า} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \text{ หน่วย}$$

$$\text{พื้นที่ของ } \Delta \text{ ด้านเท่า} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \text{ ตารางหน่วย} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

? จาก หน้า 28



จาก ตัวอย่างหน้า 27 : พื้นที่  $\Delta$  ด้านเท่า ขวด้านละ  $a$  หน่วย  $1 \text{ รูป} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$  ตารางหน่วย

พื้นที่ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ขวด้านละ

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \text{ ตารางหน่วย} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

? จาก หน้า 29 “บอกได้หรือไม่”

จงพิจารณาว่าข้อแต่ละข้อต่อไปนี้ ว่าจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

$$\begin{aligned} 1. \quad & 15\sqrt{3} < 30 \\ & 15\sqrt{3} < (3 \times 10) \\ & 15\sqrt{3} < \sqrt{3}\sqrt{3} \times 10 \\ & 15\sqrt{3} < \sqrt{3} (1.732 \times 10) \\ & 15\sqrt{3} < 17.32\sqrt{3} \quad \text{จริง} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & 10\sqrt{3} < 3\sqrt{10} \\ & \sqrt{10}\sqrt{10}\sqrt{3} < \sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{10} \\ & \sqrt{10} < \sqrt{3} \\ & \text{เห็นเท่า เพราะ } \sqrt{10} > \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad & \sqrt{3} \times \sqrt{5} < 5 \\ & \sqrt{3} \times \sqrt{5} < \sqrt{5} \times \sqrt{5} \\ & \sqrt{3} < \sqrt{5} \quad \text{จริง} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad & 5\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} = 9\sqrt{6} \\ & (5 \times 4)\sqrt{2}\sqrt{3} = 9\sqrt{6} \\ & \text{แต่ } 20\sqrt{6} \neq 9\sqrt{6} \\ & \text{เพราะ } 20\sqrt{6} > 9\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$5) \sqrt{2} \times \sqrt{4} < \sqrt{3} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} < \sqrt{15} \quad \text{จริง}$$

$$6) \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}} < 3$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{10}}{\sqrt{2}} < 3$$

$$\sqrt{10} < 3 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

เพราะ ถ้ายกกำลังสองทั้งสองข้างแล้ว

$$\sqrt{10}^2 < 3^2$$

$$\text{จะได้ } 10 < 9 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

$$\text{เพราะจริง ๆ แล้ว } 10 > 9 \quad \text{ดังนั้น } \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}} > 3$$

$$7) \frac{\sqrt{26}}{5} < 1 \quad \text{ผิด} \quad \text{เพราะ } 26 > 25$$

$$\text{เมื่อ } \sqrt{25} = \sqrt{5 \times 5} = 5$$

ถ้ายกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$\left(\frac{\sqrt{26}}{5}\right)^2 < 1^2$$

$$\frac{26}{25} < 1 \quad \text{เป็นเท็จ} \quad \text{เพราะ } \frac{26}{25} = 1.04$$

$$\text{ทำให้ } 1.04 < 1 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

$$\text{เพราะจริง ๆ แล้ว } 1.04 > 1 \quad \text{แสดงว่า ที่ถูกต้องคือ } \frac{\sqrt{26}}{5} > 1$$

$$8) \frac{14}{\sqrt{2}} > 7$$

$$\frac{2 \times 7}{\sqrt{2}} > 7$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{2} \times 7}{\sqrt{2}} > 7 \quad \text{หรือ } 7\sqrt{2} > 7 \quad \text{จริง}$$

$$9) \frac{\sqrt{3}}{5} < \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{5} < \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{5\sqrt{3}} < \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{5} < 5 \quad \text{จริง}$$



$$10) \quad 3 \times \sqrt{0.01} < \frac{3}{\sqrt{0.01}}$$

ถ้า  $\sqrt{0.01}$  มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$3 \times \sqrt{0.01} \times \sqrt{0.01} < \frac{3}{\sqrt{0.01}} \times \sqrt{0.01}$$

$$3 \times 0.01 < 3$$

$$0.03 < 3 \quad \text{จริง}$$

100

THAI CADET

แบบฝึกหัด 1.3

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ถ้า  $a^2 = 441$  แล้ว  $a$  เป็นเท่าใด

2) ถ้า  $(x+1)^2 = 16$  แล้ว  $x$  เป็นเท่าใด

3) ถ้า  $\sqrt{4p} = 8$  แล้ว  $p$  เป็นเท่าใด

4) ถ้า  $\sqrt{4(m+1)} = 20$  แล้ว  $m$  เป็นเท่าใด

1) ถ้า  $a^2 = 441 = 21 \times 21$  หรือ  $(-21) \times (-21)$

แล้ว  $a = \sqrt{21 \times 21} = \pm 21$

hint :  $\pm 21$  คือ  $+21$  และ  $-21$

2)  $(x+1)^2 = 16$

$(x+1) = \sqrt{16} = \pm 4$

ดังนั้น  $x+1 = \pm 4$

โดย ถ้า  $x+1 = 4$

$x = 4-1 = 3$

สรุปว่า  $x = 3$  และ  $-5$

หรือ  $x+1 = -4$

$x = -4-1 = -5$

3)  $\sqrt{4p} = 8$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$\sqrt{4p}^2 = 8^2$

$4p = 64$

$p = \frac{64}{4} = 16$

$p = 16$

4)  $\sqrt{4(m+1)} = 20$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$\sqrt{4(m+1)}^2 = 20^2$

$4(m+1) = 400$

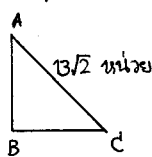
$m+1 = \frac{400}{4} = 100$

$m = 100 - 1 = 99$

ตอบ

2. กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $13\sqrt{2}$  หน่วย จงหาว่า ด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้านยาวเท่าใด

วิธีทำ เราดูรูปประกอบกราฟได้ ดังนี้



โดย  $AB = BC$

และ  $AC = 13\sqrt{2}$  หน่วย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  โดย  $AB = BC$

$\therefore AC^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2$

$(13\sqrt{2})^2 = 2(AB)^2$

$13^2 \times \sqrt{2}^2 = 2(AB)^2$  โดย  $13^2 = 169$

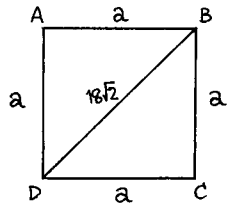
$13^2 \times 2 = 2 \times (AB)^2$

ดังนั้น  $AB = 13$  หน่วย

เมื่อ  $AB = BC$  ดังนั้น  $AB$  และ  $BC = 13$  หน่วย ตอบ

3. จงหาความยาวรอบรูป ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีเส้นทแยงมุมยาว  $18\sqrt{2}$  หน่วย

วิธีทำ ทดรูปประกอบกรณีการณได้ ดังนี้



กำหนดให้  $AB = BC = CD = AD = a$  หน่วย  
โดยที่  $BD^2 = AB^2 + AD^2$  โดยที่  $AB = AD$

$$(18\sqrt{2})^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2$$

$$18^2 \times 2 = 2 \times AB^2$$

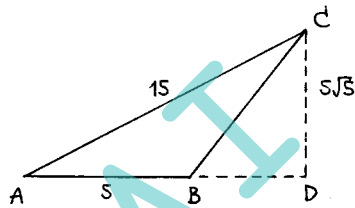
ดังนั้น  $AB = 18$  หน่วย

และ ทำให้ เส้นรอบรูป =  $18 + 18 + 18 + 18$   
 $= 4 \times 18 = 72$  หน่วย

ตอบ

4. กำหนด  $\triangle ABC$  ดังรูป ถ้าความสูงจาก C เป็น  $5\sqrt{5}$  จงหาความยาวของ  $\overline{BC}$

วิธีทำ ทดรูปประกอบกรณีการณได้ ดังนี้



จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ;

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$15^2 = (AB + BD)^2 + (5\sqrt{5})^2 \quad \text{โดย } (5\sqrt{5})^2 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 5$$

$$225 = (5 + BD)^2 + (25 \times 5)$$

$$225 = (5 + BD)^2 + 125$$

$$225 - 125 = (5 + BD)^2$$

$$100 = (5 + BD)^2$$

$$10^2 = (5 + BD)^2$$

$$\therefore 5 + BD = 10$$

ทำให้  $BD = 10 - 5 = 5$  หน่วย

$$BC^2 = BD^2 + CD^2$$

$$BC^2 = (5)^2 + (5\sqrt{5})^2 = 25 + (25 \times 5)$$

$$BC^2 = 25 + 125 = 150$$

$$BC = \sqrt{150} = \sqrt{2 \times 3 \times 5 \times 5}$$

$$= 5\sqrt{6} \text{ หน่วย}$$

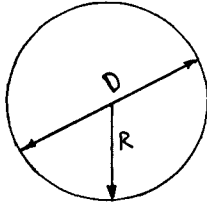
ตอบ

และ จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ;

5. ลานสนามหญ้ารูปวงกลม สองแห่ง มีพื้นที่ 176 ตารางเมตร และ 44 ตารางเมตร ตามลำดับ  
เส้นผ่านศูนย์กลางของสนามหญ้าแห่งที่หนึ่ง ยาวเป็นกี่เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของสนามหญ้าแห่งที่สอง

วิธีทำ

พิจารณาสนามหญ้าใหญ่



note : R = Radius of big circle field  
D = Diameter of big circle field

สนามหญ้าใหญ่ มีพื้นที่ = 176 ตารางเมตร  
=  $\pi R^2$   
โดยที่  $176 = \pi R^2$  (1)

$$\frac{11 \times 4 \times 4}{\pi} = R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{11 \times 4 \times 4}{\pi}}$$

$$R = 4 \sqrt{\frac{11}{\pi}}$$

ถ้า 2 จุดกึ่งกลางข้างของสนาม

$$2 \times R = 2 \times 4 \sqrt{\frac{11}{\pi}}$$

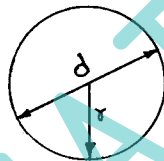
$$2R = 8 \sqrt{\frac{11}{\pi}}$$

โดยที่  $2R = D$

$$D = 8 \sqrt{\frac{11}{\pi}}$$

$$= 2 \times 4 \sqrt{\frac{11}{\pi}} \quad \text{--- (2)}$$

พิจารณาสนามหญ้าเล็ก



note : r = Radius of small circle field

d = diameter of small circle field

สนามหญ้าเล็ก มีพื้นที่ = 44 ตารางเมตร  
=  $\pi r^2$

$$\therefore 44 = \pi r^2$$

$$\frac{11 \times 2 \times 2}{\pi} = r^2$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2}{\pi}}$$

$$r = 2 \sqrt{\frac{11}{\pi}}$$

ถ้า 2 จุดกึ่งกลางข้างของสนาม

$$\therefore \left. \begin{array}{l} 2r \\ \text{หรือ } d \end{array} \right\} = 2 \times 2 \sqrt{\frac{11}{\pi}} = 4 \sqrt{\frac{11}{\pi}} \quad \text{--- (3)}$$

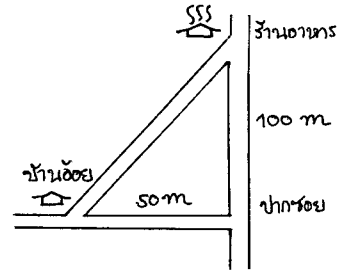
แทนค่า (3) ใน (2); จาก (2):  $D = 2 \times 4 \sqrt{\frac{11}{\pi}}$   
 $= 2 \times d$

$$D = 2d$$

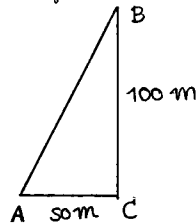
แสดงว่า เส้นผ่านศูนย์กลาง ของสนามหญ้าใหญ่

มีขนาดยาว เป็น 2 เท่า ของเส้นผ่านศูนย์กลางของสนามหญ้าเล็ก

6. บ้านของอ้อย อยู่ในซอย ห่างจากถนนใหญ่ 50 เมตร บนถนนมีร้านอาหาร อยู่ห่างจากปากซอยบ้านอ้อยไป 100 เมตร ปกติอ้อยจะเดินจากปากซอยไปร้านอาหาร หรือใช้ทางลัดจากบ้านไปร้านอาหารโดยตรง จงหาว่าเส้นทางลัดสั้นกว่าเส้นทางตรงกี่เมตร ( กำหนดให้  $\sqrt{5} \approx 2.236$  )



วิธีทำ วาดรูปประกอบการพิจารณาได้ ดังนี้



กำหนดให้  $\sqrt{5} \approx 2.236$

หาค่า AB ได้จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ;

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 50^2 + 100^2 = 2,500 + 10,000 = 12,500$$

$$AB = \sqrt{12,500} = \sqrt{5 \times 5 \times 5 \times 10 \times 10}$$

$$= \sqrt{5 \times 50 \times 50} = 50\sqrt{5}$$

$$= 50 \times 2.236 = 111.80$$

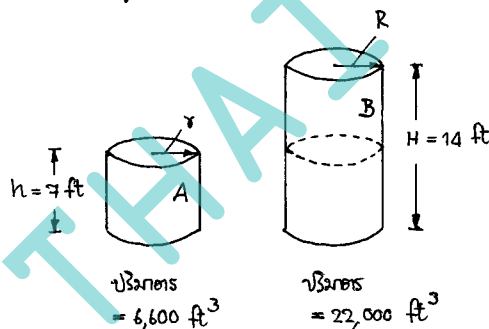
ดังนั้น AB ยาวกว่า BC เท่ากับ  $111.80 - 100$

$$= 11.80 \text{ เมตร}$$

ตอบ

๗. ถังน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งสูง ๗ ฟุต สามารถบรรจุน้ำได้ 6,600 ลูกบาศก์ฟุต ถังทรงเดียวกันอีกใบหนึ่งสูง 14 ฟุต สามารถบรรจุน้ำได้ 22,000 ลูกบาศก์ฟุต รัศมีของถังใบหนึ่งสั้นกว่าของถังใบที่สอง ( กำหนดให้  $\pi \approx \frac{22}{7}$  และ  $\sqrt{15} \approx 3.873$  )

วิธีทำ วาดรูปประกอบการพิจารณาได้ ดังนี้



ปริมาตรของถัง A =  $\pi r^2 h$

$$6,600 = \pi r^2 \times 7 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 7$$

$$r^2 = \frac{6,600}{22} = 300$$

$$\therefore r = \sqrt{300} = \sqrt{3 \times 10 \times 10}$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ ฟุต}$$

ปริมาตรของถัง B =  $\pi R^2 H$

$$22,000 = \frac{22}{7} \times R^2 \times 14^2$$

$$R^2 = \frac{22,000 \times 7}{22 \times 14 \times 14} = \frac{1,000}{2} = 500$$

$$R = \sqrt{500} = \sqrt{5 \times 10 \times 10}$$

$$= 10\sqrt{5} \text{ ฟุต}$$

เมื่อ  $R = 10\sqrt{5}$  ฟุต และ  $r = 10\sqrt{3}$  ฟุต

$$\therefore \frac{r}{R} = \frac{10\sqrt{3}}{10\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} R = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} R = \frac{\sqrt{15}}{5} R = \frac{3.873}{5} R$$

$$r = (0.7746) R$$

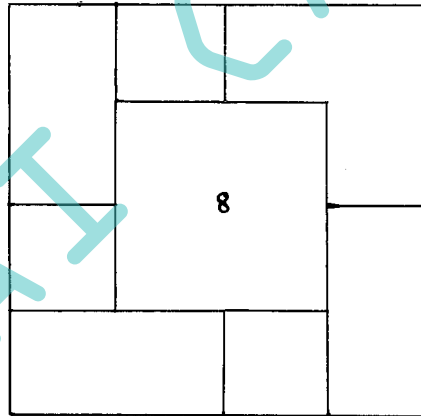
ตอบ

จงหากรณีที่สองต่อไปนี้ แล้วหาความสัมพันธ์ของคำตอบที่ได้ กับจำนวนที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์

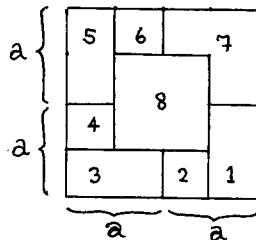
$$\begin{aligned} \sqrt{1} &= 1 \\ \sqrt{121} &= 11 \\ \sqrt{12321} &= 111 \\ \sqrt{1234321} &= 1,111 \\ \sqrt{123454321} &= 11,111 \\ \sqrt{12345654321} &= 111,111 \\ \sqrt{1234567654321} &= 1,111,111 \\ \sqrt{123456787654321} &= 11,111,111 \end{aligned}$$

ทราอย่างไร ?

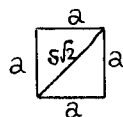
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีขนาดเท่ากัน 8 รูป วางซ้อนทับกันเป็นวงล้อมที่รูปตามลำดับ โดยมีรูปที่ 8 ทงอยู่บนสุด ทำให้เกิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ ดังภาพ



1. หากพิจารณาแล้ว ลำดับการวาง โดยเรียงหมายเลข 1 ถึง 7 จากก่อนไปหลังสุด ก่อนทงรูปที่ 8 เป็นดังนี้



2. ถ้าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปยาว  $5\sqrt{2}$  หน่วย จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ได้ จาก



$$\begin{aligned} (5\sqrt{2})^2 &= a^2 + a^2 = 2a^2 \\ 50 &= 2a^2 \\ \therefore a &= \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

แล้วดูจากรูปคำตอบในข้อ 1.

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ความยาวรอบรูป} &= 8a = 8(5) \\ &= 40 \text{ หน่วย} \\ &\underline{\text{ตอบ}} \end{aligned}$$

2.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ที่เป็นผลต่างกำลังสอง

$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$  เมื่อ  $A$  และ  $B$  เป็นพหุนาม  
โดยที่  $(\sqrt{a})^2 = a$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก หรือ ศูนย์

แบบฝึกหัด 2.1

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1.  $x^2 - 3 = x^2 - \sqrt{3}^2 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

2.  $x^2 - 7 = x^2 - \sqrt{7}^2 = (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})$

3.  $20 - x^2 = \sqrt{20}^2 - x^2 = (\sqrt{20} + x)(\sqrt{20} - x)$   
 $= (2\sqrt{5} + x)(2\sqrt{5} - x)$

เมื่อ  $\sqrt{20} = \sqrt{2 \times 2 \times 5} = 2\sqrt{5}$

4.  $18 - x^2 = \sqrt{18}^2 - x^2 = (\sqrt{18} + x)(\sqrt{18} - x)$   
 $= (3\sqrt{2} + x)(3\sqrt{2} - x)$

เมื่อ  $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{2}$

5.  $x^2 - \frac{3}{4} = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

6.  $x^2 - \frac{5}{36} = x^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{6}\right)^2 = \left(x + \frac{\sqrt{5}}{6}\right)\left(x - \frac{\sqrt{5}}{6}\right)$

7.  $\frac{1}{9}x^2 - 15 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 - \sqrt{15}^2 = \left(\frac{x}{3} + \sqrt{15}\right)\left(\frac{x}{3} - \sqrt{15}\right)$

8.  $\frac{25}{16}x^2 - 24 = \left(\frac{5x}{4}\right)^2 - \sqrt{24}^2 = \left(\frac{5x}{4} + \sqrt{24}\right)\left(\frac{5x}{4} - \sqrt{24}\right)$   
 $= \left(\frac{5x}{4} + 2\sqrt{6}\right)\left(\frac{5x}{4} - 2\sqrt{6}\right)$

เมื่อ  $\sqrt{24} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{6}$

9.  $7x^2 - 24 = (\sqrt{7}x)^2 - \sqrt{24}^2 = (\sqrt{7}x + \sqrt{24})(\sqrt{7}x - \sqrt{24})$   
 $= (\sqrt{7}x + 2\sqrt{6})(\sqrt{7}x - 2\sqrt{6})$

10.  $(x-1)^2 - 6 = (x-1)^2 - \sqrt{6}^2 = (x-1+\sqrt{6})(x-1-\sqrt{6})$   
 $= (x-(1-\sqrt{6}))(x-(1+\sqrt{6}))$

note :  $(x-1+\sqrt{6})$  หรือ  $(x-1-\sqrt{6})$  ไม่สามารถ  $\pm$  กันเป็นผลสำเร็จได้

หมายเหตุ จำนวนเต็ม (คือเลข 1)  $\pm$  กับจำนวนอตรรกยะ ( $\sqrt{6}$ )

11.  $(x+3)^2 - 10 = (x+3)^2 - \sqrt{10}^2 = (x+3+\sqrt{10})(x+3-\sqrt{10})$

12.  $(x-2)^2 - 27 = (x-2)^2 - \sqrt{3 \times 3 \times 3}^2 = (x-2+3\sqrt{3})(x-2-3\sqrt{3})$   
 $= (x-(2-3\sqrt{3}))(x-(2+3\sqrt{3}))$

13.  $50 - (x-4)^2 = \sqrt{50}^2 - (x-4)^2 = (\sqrt{50} + (x-4))(\sqrt{50} - (x-4))$   
 $= (5\sqrt{2} + (x-4))(5\sqrt{2} - (x-4))$

14.  $32 - (x+5)^2 = \sqrt{32}^2 - (x+5)^2 = (\sqrt{32} + (x+5))(\sqrt{32} - (x+5))$   
 $= (4\sqrt{2} + (x+5))(4\sqrt{2} - (x+5))$

note :  $\sqrt{32} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{4 \times 4 \times 2} = 4\sqrt{2}$

$$15. (2x+3)^2 - 24 = (2x+3)^2 - \sqrt{24}^2 = (2x+3)^2 - (2\sqrt{6})^2 \quad \text{เมื่อ } \sqrt{24} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{6}$$

$$= (2x+3 + 2\sqrt{6})(2x+3 - 2\sqrt{6})$$

$$16. (3x-2)^2 - 52 = (3x-2)^2 - \sqrt{52}^2 = (3x-2)^2 - (2\sqrt{13})^2 \quad \text{เมื่อ } \sqrt{52} = \sqrt{2 \times 2 \times 13} = 2\sqrt{13}$$

$$= (3x-2 + 2\sqrt{13})(3x-2 - 2\sqrt{13})$$

$$17. (5x-1)^2 - 48 = (5x-1)^2 - \sqrt{48}^2 = (5x-1)^2 - \sqrt{4 \times 4 \times 3}^2$$

$$= (5x-1)^2 - (4\sqrt{3})^2$$

$$= (5x-1 + 4\sqrt{3})(5x-1 - 4\sqrt{3})$$

$$18. 72 - (4x+3)^2 = \sqrt{72}^2 - (4x+3)^2 = (\sqrt{72} + (4x+3))(\sqrt{72} - (4x+3))$$

$$\text{เมื่อ } \sqrt{72} = \sqrt{2 \times 6 \times 6} = 6\sqrt{2}$$

$$= (6\sqrt{2} + (4x+3))(6\sqrt{2} - (4x+3))$$

1801

THAI CADET



## 2.2 กำลังสองสมบูรณ์

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

ตัวอย่างที่ 1

$$x^2 + 10x + 6$$

วิธีทำ

ทำ  $x^2 + 10x + 6$  ให้อยู่ในรูป (หน้า)<sup>2</sup> + 2(หน้า)(หลัง) + (หลัง)<sup>2</sup> + จำนวนใดๆ

โดยพิจารณา  $x^2 + 10x = x^2 + 2(x)(5)$

คือ  $x = \text{หน้า}$  และ  $5 = \text{หลัง}$

ดังนั้น  $x^2 + 2(x)(5)$  คือ หน้า<sup>2</sup> + 2(หน้า)(หลัง) ซึ่งต้อง + หลัง<sup>2</sup>

โดยจาก  $x^2 + 10x + 6 = x^2 + 2(x)(5) + 5^2 - 5^2 + 6$

$$= (x+5)^2 - 25 + 6$$

$$= (x+5)^2 - 19$$

$$= (x+5)^2 - \sqrt{19}^2$$

$$= ((x+5) + \sqrt{19})(x+5) - \sqrt{19})$$

แบบฝึกหัด 2.2 ก

จงแยกตัวประกอบของนิพจน์ต่อไปนี้ โดยทำให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 + 24x + 140 &= x^2 + 2(x)(12) + 140 \\ &= (x^2 + 2(x)(12) + 12^2) - 12^2 + 140 \\ &= (x+12)^2 - 144 + 140 \\ &= (x+12)^2 - 4 = (x+12)^2 - 2^2 \\ &= (x+12+2)(x+12-2) \\ &= (x+14)(x+10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad x^2 + 16x - 561 &= x^2 + 2(x)(8) - 561 \\ &= x^2 + 2(x)(8) + 8^2 - 8^2 - 561 \\ &= (x^2 + 2(x)(8) + 64) - 64 - 561 \\ &= (x+8)^2 - 625 = (x+8)^2 - 25^2 \\ &= (x+8+25)(x+8-25) \\ &= (x+33)(x-17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad x^2 - 28x + 195 &= x^2 - 2(x)(14) + 195 \\ &= x^2 - 2(x)(14) + 14^2 - 14^2 + 195 \\ &= (x^2 - 28x + 196) - 196 + 195 \\ &= (x-14)^2 - 1 = (x-14)^2 - 1^2 \\ &= (x-14+1)(x-14-1) \\ &= (x-13)(x-15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4. \quad x^2 - 26x - 155 &= x^2 - 2(x)(13) - 155 \\
&= x^2 - 2(x)(13) + 13^2 - 13^2 - 155 \\
&= (x - 13)^2 - 169 - 155 \\
&= (x - 13)^2 - 324 \\
&= (x - 13)^2 - 18^2 \\
&= (x - 13 + 18)(x - 13 - 18) \\
&= (x + 5)(x - 31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
5. \quad x^2 + 8x + 10 &= x^2 + 2(x)(4) + 4^2 - 4^2 + 10 \\
&= (x^2 + 2(x)(4) + 4^2) - 16 + 10 \\
&= (x + 4)^2 - 6 \\
&= (x + 4)^2 - \sqrt{6}^2 \\
&= (x + 4 + \sqrt{6})(x + 4 - \sqrt{6})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6. \quad x^2 + 2x - 5 &= x^2 + 2(x)(1) + 1^2 - 1^2 - 5 \\
&= (x + 1)^2 - 1 - 5 \\
&= (x + 1)^2 - 6 = (x + 1)^2 - \sqrt{6}^2 \\
&= (x + 1 + \sqrt{6})(x + 1 - \sqrt{6})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. \quad x^2 - 6x + 2 &= x^2 - 2(x)(3) + 3^2 - 3^2 + 2 \\
&= (x - 3)^2 - 9 + 2 \\
&= (x - 3)^2 - 7 = (x - 3)^2 - \sqrt{7}^2 \\
&= (x - 3 + \sqrt{7})(x - 3 - \sqrt{7})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \quad x^2 - 2x - 10 &= x^2 - 2(x)(1) + 1^2 - 1^2 - 10 \\
&= (x^2 - 2(x)(1) + 1^2) - 1 - 10 \\
&= (x - 1)^2 - 11 \\
&= (x - 1)^2 - \sqrt{11}^2 \\
&= (x - 1 + \sqrt{11})(x - 1 - \sqrt{11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. \quad x^2 + 10x + 1 &= x^2 + 2(x)(5) + 5^2 - 5^2 + 1 \\
&= (x + 5)^2 - 25 + 1 \\
&= (x + 5)^2 - 24 = (x + 5)^2 - \sqrt{24}^2 \\
&= (x + 5 + \sqrt{24})(x + 5 - \sqrt{24}) \\
&= (x + 5 + 2\sqrt{6})(x + 5 - 2\sqrt{6})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10. \quad x^2 - 7x + 11 &= x^2 - 2(x)\left(\frac{7}{2}\right) + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 11 \\
&= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{11}{1} = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{44}{4} = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \\
&= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
11. \quad x^2 + 9x + 19 &= x^2 + 2(x)\left(\frac{9}{2}\right) + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 + 19 \\
&= \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + \frac{19}{1} = \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + \frac{76}{4} \\
&= \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \\
&= \left(x + \frac{9}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \\
&= \left(x + \frac{9 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{9 - \sqrt{5}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12. \quad x^2 + 5x - 2 &= x^2 + 2(x)\left(\frac{5}{2}\right) + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \\
&= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} - 2 \\
&= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} - \frac{8}{4} \\
&= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{33}{4} = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{33}}{2}\right)^2 \\
&= \left(x + \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}\right)\left(x + \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}\right) \\
&= \left(x + \frac{5 + \sqrt{33}}{2}\right)\left(x + \frac{5 - \sqrt{33}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
13. \quad x^2 + 11x + 29 &= x^2 + 2(x)\left(\frac{11}{2}\right) + \left(\frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{11}{2}\right)^2 + 29 \\
&= \left(x + \frac{11}{2}\right)^2 - \frac{121}{4} + \frac{29}{1} \\
&= \left(x + \frac{11}{2}\right)^2 - \frac{121}{4} + \frac{116}{4} = \left(x + \frac{11}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \\
&= \left(x + \frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{11}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{11}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \\
&= \left(x + \frac{11 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{11 - \sqrt{5}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
14. \quad x^2 + 7x + 9 &= x^2 + 2(x)\left(\frac{7}{2}\right) + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 9 \\
&= \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{9}{1} = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{36}{4} \\
&= \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 \\
&= \left(x + \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}\right)\left(x + \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}\right) \\
&= \left(x + \frac{7 + \sqrt{13}}{2}\right)\left(x + \frac{7 - \sqrt{13}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
15. \quad x^2 - 9x + 12 &= x^2 - 2(x)\left(\frac{9}{2}\right) + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 + 12 \\
&= \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + \frac{12}{1} = \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + \frac{48}{4} \\
&= \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{33}{4} = \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{33}}{2}\right)^2 \\
&= \left(x - \frac{9}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}\right) \left(x - \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}\right) \\
&= \left(x - \frac{(9 - \sqrt{33})}{2}\right) \left(x - \frac{(9 + \sqrt{33})}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
16. \quad x^2 - 15x + 40 &= x^2 - 2(x)\left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 + \frac{40}{1} \\
&= \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 - \frac{225}{4} + \frac{40}{1} \\
&= \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 - \frac{225}{4} + \frac{160}{4} = \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 - \frac{65}{4} \\
&= \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{65}}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{15}{2} + \frac{\sqrt{65}}{2}\right) \left(x - \frac{15}{2} - \frac{\sqrt{65}}{2}\right) \\
&= \left(x - \frac{(15 - \sqrt{65})}{2}\right) \left(x - \frac{(15 + \sqrt{65})}{2}\right)
\end{aligned}$$

ตอบ

การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 1$  ทำได้โดยทำให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์  
 สำหรับกรณีที่  $a \neq 1$  ก็สามารถทำได้เช่นเดียวกับการแยกตัวประกอบของพหุนาม  $ax^2 + bx + c$  ได้เช่นกัน โดยใช้คุณสมบัตินี้  
 ทำตัวประกอบของ  $x^2$  ให้เป็น 1 ก่อน ดังตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 5 จงแยกตัวประกอบของ  $3x^2 - 8x - 35$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
3x^2 - 8x - 35 &= 3\left(x^2 - \frac{8x}{3} - \frac{35}{3}\right) \\
&= 3\left(x^2 - 2(x)\left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{35}{3}\right) \quad \text{โดย } \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \\
&= 3\left(\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{9} - \frac{35}{3}\right) \quad \text{และ } \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \\
&= 3\left(\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{9} - \frac{105}{9}\right) \\
&= 3\left(\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{121}{9}\right) \quad \text{โดย } \left(\frac{11}{3}\right)^2 = \frac{121}{9} \\
&= 3\left(\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{11}{3}\right)^2\right) = 3\left(x - \frac{4}{3} + \frac{11}{3}\right)\left(x - \frac{4}{3} - \frac{11}{3}\right) \\
&= 3\left(x + \frac{7}{3}\right)\left(x - \frac{15}{3}\right) \\
&= 3\left(x + \frac{7}{3}\right)(x - 5)
\end{aligned}$$

note : สังเกตว่า

$$x^2 - \frac{8x}{3} - \frac{35}{3} = \underbrace{x^2 - 2(x)\left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right)^2}_{\text{เท่ากับ } x^2 - \frac{8x}{3} - \frac{35}{3} \text{ เหมือนเดิม}} - \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{35}{3}$$

แต่ทำแบบนี้ เพื่อให้เกิดรูป  
"กำลังสองสมบูรณ์"

$$\text{เพราะ } \underbrace{x^2 - 2(x)\left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right)^2}_{\text{กำลังสองสมบูรณ์}} - \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{35}{3} = \left(x + \frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{35}{3} = \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{35}{3} \quad \text{นั่นเอง} \quad \star$$

แบบฝึกหัด 2.2 ข

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ โดยใช้วิธีทำเป็นรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$\begin{aligned}
 1. \quad 3x^2 + 19x - 14 &= 3\left(x^2 + \frac{19}{3}x - \frac{14}{3}\right) && \text{เพราะ } 2(x)\left(\frac{19}{6}\right) = x\left(\frac{19}{3}\right) \text{ เหมือนเดิม} \\
 &= 3\left(x^2 + 2(x)\left(\frac{19}{6}\right) + \left(\frac{19}{6}\right)^2 - \left(\frac{19}{6}\right)^2 - \frac{14}{3}\right) \\
 &= 3\left(\left(x + \frac{19}{6}\right)^2 - \frac{361}{36} - \left(\frac{14 \times 12}{3 \times 12}\right)\right) && \text{โดย } \frac{14}{3} = \frac{14 \times 12}{3 \times 12} = \frac{168}{36} \\
 &= 3\left(\left(x + \frac{19}{6}\right)^2 - \frac{361}{36} - \frac{168}{36}\right) \\
 &= 3\left(\left(x + \frac{19}{6}\right)^2 - \frac{529}{36}\right) \\
 &= 3\left(\left(x + \frac{19}{6}\right)^2 - \left(\frac{23}{6}\right)^2\right) \\
 &= 3\left(x + \frac{19}{6} + \frac{23}{6}\right)\left(x + \frac{19}{6} - \frac{23}{6}\right) \\
 &= 3\left(x + \frac{42}{6}\right)\left(x - \frac{4}{6}\right) \\
 &= 3(x + 7)\left(x - \frac{2}{3}\right) && \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad 11x^2 - 142x - 13 &= 11\left(x^2 - \frac{142}{11}x - \frac{13}{11}\right) \\
 &= 11\left(x^2 - 2(x)\left(\frac{71}{11}\right) + \left(\frac{71}{11}\right)^2 - \left(\frac{71}{11}\right)^2 - \frac{13}{11}\right) && \text{เพราะ } 2(x)\left(\frac{71}{11}\right) = x\left(\frac{142}{11}\right) \text{ เหมือนเดิม} \\
 &= 11\left(\left(x - \frac{71}{11}\right)^2 - \frac{5041}{121} - \frac{13}{11}\right) && \text{โดย } \frac{142}{22} = \frac{71}{11} \\
 &= 11\left(\left(x - \frac{71}{11}\right)^2 - \frac{5041}{121} - \frac{143}{121}\right) = 11\left(\left(x - \frac{71}{11}\right)^2 - \frac{5184}{121}\right) \\
 &= 11\left(\left(x - \frac{71}{11}\right)^2 - \left(\frac{72}{11}\right)^2\right) = 11\left(x - \frac{71}{11} + \frac{72}{11}\right)\left(x - \frac{71}{11} - \frac{72}{11}\right) \\
 &= 11\left(x + \frac{1}{11}\right)\left(x - \frac{143}{11}\right) = 11\left(x + \frac{1}{11}\right)(x - 13) && \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad 15x^2 - 77x + 10 &= 15\left(x^2 - \frac{77}{15}x + \frac{10}{15}\right) = 15\left(x^2 - 2(x)\left(\frac{77}{30}\right) + \left(\frac{77}{30}\right)^2 - \left(\frac{77}{30}\right)^2 + \frac{10}{15}\right) \\
 &= 15\left(\left(x - \frac{77}{30}\right)^2 - \frac{5929}{900} + \frac{600}{900}\right) && \text{โดย } \frac{10}{15} = \frac{10 \times 60}{15 \times 60} = \frac{600}{900} \\
 &= 15\left(\left(x - \frac{77}{30}\right)^2 - \left(\frac{73}{30}\right)^2\right) = 15\left(x - \frac{77}{30} + \frac{73}{30}\right)\left(x - \frac{77}{30} - \frac{73}{30}\right) \\
 &= 15\left(x - \frac{4}{30}\right)\left(x - \frac{150}{30}\right) \\
 &= 15\left(x - \frac{2}{15}\right)(x - 5) && \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad -2x^2 - 12x + 4 &= -2 \left( x^2 - \frac{12x}{(-2)} + \frac{4}{(-2)} \right) = -2(x^2 + 6x - 2) \\
 &\text{ซึ่งสังเกตว่า } x^2 + 6x - 2 \text{ ไม่สามารถถูกแยกตัวประกอบ แบบธรรมดาได้} \\
 &= -2(x^2 + 2(x)(3) + 3^2 - 3^2 - 2) \\
 &= -2((x+3)^2 - 9 - 2) \\
 &= -2((x+3)^2 - 11) = -2((x+3)^2 - (\sqrt{11})^2) \\
 &= -2[(x+3 + \sqrt{11})(x+3 - \sqrt{11})] \\
 &= -2[(x+(3+\sqrt{11}))(x+(3-\sqrt{11}))] \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

hint : ถ้าเปรียบเทียบกับ  
จะได้

$$\begin{aligned}
 x^2 + 6x - 2 \quad \text{กับ} \quad ax^2 + bx + c \\
 a = 1, \quad b = 6 \quad \text{และ} \quad c = -2
 \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-6 \pm \sqrt{36+8}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{44}}{2} \quad \text{โดย } \sqrt{44} \\
 &= \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2} = -3 \pm \sqrt{11} \quad \text{โดย } \sqrt{44} \\
 &= \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2} = -3 \pm \sqrt{11} \quad = \sqrt{2 \times 2 \times 11} \\
 &= 2\sqrt{11}
 \end{aligned}$$

$$\text{จึง } x + 3 + \sqrt{11} = 0$$

$$x = -3 - \sqrt{11}$$

$$\text{และ } x + 3 - \sqrt{11} = 0$$

$$x = -3 + \sqrt{11} \quad \text{จึง} \quad \text{ตอบ}$$

$$5. \quad -3x^2 + 24x + 15 = -3 \left( x^2 + \frac{24x}{(-3)} + \frac{15}{(-3)} \right) = -3(x^2 - 8x - 5)$$

$$= -3(x^2 - 2(x)(4) + 4^2 - 4^2 - 5) = -3((x-4)^2 - 16 - 5)$$

$$= -3((x-4)^2 - 21) = -3((x-4)^2 - (\sqrt{21})^2)$$

โดยที่  $\sqrt{21} = \sqrt{3 \times 7}$  ทั้ง 3 & 7 เป็นจำนวนเฉพาะ ที่ไม่สามารถถูกแยกตัวประกอบได้  
ดังนั้น คัดลอกที่สองของ 21 ไม่ได้ ทำให้  $\sqrt{21} = \sqrt{21}$

$$= -3((x-4 + \sqrt{21})(x-4 - \sqrt{21}))$$

$$= -3[(x - (4 - \sqrt{21}))(x - (4 + \sqrt{21}))] \quad \text{ตอบ}$$

$$6. \quad 3x^2 + 5x - 1 = 3 \left( x^2 + \frac{5x}{3} - \frac{1}{3} \right) = 3 \left( x^2 + 2(x) \left( \frac{5}{6} \right) + \left( \frac{5}{6} \right)^2 - \left( \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{1}{3} \right) \quad \text{โดย } \frac{1}{3} = \frac{1 \times 12}{3 \times 12}$$

$$= \frac{12}{36}$$

$$= 3 \left( \left( x + \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{25}{36} - \frac{12}{36} \right) = 3 \left( \left( x + \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{37}{36} \right)$$

$$= 3 \left( \left( x + \frac{5}{6} \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{37}}{6} \right)^2 \right) = 3 \left( x + \frac{5}{6} + \frac{\sqrt{37}}{6} \right) \left( x + \frac{5}{6} - \frac{\sqrt{37}}{6} \right)$$

$$= 3 \left( x + \frac{5 + \sqrt{37}}{6} \right) \left( x + \frac{5 - \sqrt{37}}{6} \right) \quad \text{ตอบ}$$

note : 37 เป็นจำนวนเฉพาะ

ไม่สามารถแยกตัวประกอบของ  $\sqrt{37}$  ได้

$$\begin{aligned}
 7. \quad 6x^2 + 36x - 8 &= 6 \left( x^2 + \frac{36x}{6} - \frac{8}{6} \right) = 6 \left( x^2 + 6x - \frac{4}{3} \right) \\
 &= 6 \left( x^2 + 2(x)(3) + 3^2 - 3^2 - \frac{4}{3} \right) = 6 \left( (x+3)^2 - \frac{9}{1} - \frac{4}{3} \right) \\
 &= 6 \left( (x+3)^2 - \frac{27}{3} - \frac{4}{3} \right) = 6 \left( (x+3)^2 - \frac{31}{3} \right) \\
 &= 6 \left( (x+3)^2 - \sqrt{\frac{31}{3}}^2 \right) = 6 \left( x+3 + \sqrt{\frac{31}{3}} \right) \left( x+3 - \sqrt{\frac{31}{3}} \right) \quad \text{เสร็จ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad 4x^2 + 18x + 10 &= 4 \left( x^2 + \frac{18x}{4} + \frac{10}{4} \right) = 4 \left( x^2 + \frac{9x}{2} + \frac{5}{2} \right) \\
 &= 4 \left( x^2 + 2(x)\left(\frac{9}{4}\right) + \left(\frac{9}{4}\right)^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2 + \frac{5}{2} \right) \quad \text{โดย } \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{8}{8} = \frac{40}{16} \\
 &= 4 \left( \left(x + \frac{9}{4}\right)^2 - \frac{81}{16} + \frac{40}{16} \right) = 4 \left( \left(x + \frac{9}{4}\right)^2 - \frac{41}{16} \right) \\
 &= 4 \left( \left(x + \frac{9}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{41}}{4}\right)^2 \right) = 4 \left( x + \frac{9}{4} + \frac{\sqrt{41}}{4} \right) \left( x + \frac{9}{4} - \frac{\sqrt{41}}{4} \right) \\
 &= \left( x + \frac{9 + \sqrt{41}}{4} \right) \left( x + \frac{9 - \sqrt{41}}{4} \right) \quad \text{เสร็จ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad -2x^2 + x + 7 &= -2 \left( x^2 + \frac{x}{(-2)} + \frac{7}{(-2)} \right) = -2 \left( x^2 - \frac{x}{2} - \frac{7}{2} \right) \\
 &= -2 \left( x^2 - 2(x)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{2} \right) \\
 &= -2 \left( \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{7}{2} \right) = -2 \left( \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{56}{16} \right) \\
 &= -2 \left( \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{57}{16} \right) = -2 \left( \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{57}}{4}\right)^2 \right) \\
 &= -2 \left( x - \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{57}}{4} \right) \left( x - \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{57}}{4} \right) \\
 &= -2 \left( x - \frac{(1 - \sqrt{57})}{4} \right) \left( x - \frac{(1 + \sqrt{57})}{4} \right) \quad \text{เสร็จ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad -x^2 + 5x - 3 &= -1(x^2 - 5x + 3) = -1 \left( x^2 - 2(x)\left(\frac{5}{2}\right) + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 3 \right) \\
 &= -1 \left( \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 3 \right) \quad \text{โดย } 3 = 3 \times \frac{4}{4} = \frac{12}{4} \\
 &= -1 \left( \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{12}{4} \right) = -1 \left( \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} \right) \\
 &= -1 \left( \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 \right) = (-1) \left( x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} \right) \left( x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} \right) \\
 &= -1 \left( x - \frac{(5 - \sqrt{13})}{2} \right) \left( x - \frac{(5 + \sqrt{13})}{2} \right) \quad \text{เสร็จ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
11. \quad 10x^2 + 17x + 4 &= 10 \left( x^2 + \frac{17x}{10} + \frac{4}{10} \right) = 10 \left( x^2 + \frac{17x}{10} + \frac{2}{5} \right) \\
&= 10 \left( x^2 + 2(x) \left( \frac{17}{20} \right) + \left( \frac{17}{20} \right)^2 - \left( \frac{17}{20} \right)^2 + \frac{2}{5} \right) \quad \text{โดย } \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{80}{80} = \frac{160}{400} \\
&= 10 \left( \left( x + \frac{17}{20} \right)^2 - \left( \frac{17}{20} \right)^2 \right) \\
&= 10 \left( x + \frac{17}{20} + \frac{\sqrt{129}}{20} \right) \left( x + \frac{17}{20} - \frac{\sqrt{129}}{20} \right) \\
&= 10 \left( x + \frac{17 + \sqrt{129}}{20} \right) \left( x + \frac{17 - \sqrt{129}}{20} \right) \quad \underline{\text{จบ}}$$

$$\begin{aligned}
12. \quad -4x^2 - 26x - 4 &= -4 \left( x^2 + \frac{26x}{4} + \frac{4}{4} \right) = -4 \left( x^2 + \frac{13x}{2} + 1 \right) \\
&= -4 \left( x^2 + 2(x) \left( \frac{13}{4} \right) + \left( \frac{13}{4} \right)^2 - \left( \frac{13}{4} \right)^2 + 1 \right) \\
&= -4 \left( \left( x - \frac{13}{4} \right)^2 - \frac{169}{16} + \frac{16}{16} \right) \\
&= -4 \left( \left( x - \frac{13}{4} \right)^2 - \frac{153}{16} \right) \\
&= -4 \left( \left( x - \frac{13}{4} \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{153}}{4} \right)^2 \right) \\
&= -4 \left( x - \frac{13}{4} - \frac{\sqrt{153}}{4} \right) \left( x - \frac{13}{4} + \frac{\sqrt{153}}{4} \right) \\
&= -4 \left( x - \frac{13 + \sqrt{153}}{4} \right) \left( x - \frac{13 - \sqrt{153}}{4} \right) \quad \underline{\text{จบ}}$$



## ทำได้เหมือนกัน

จากสูตร การแยกตัวประกอบ ต่อไปนี้

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2 \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2 \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

เราสามารถหาคำศัพท์ที่คล้ายกันได้ หากใช้แยกตัวประกอบของพหุนาม ที่มีสัมประสิทธิ์ของบางจน์ไม่เป็นจำนวนเต็มได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 &= x^2 + 2(x)\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 \\ &= (x + \sqrt{2})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad x^2 - x + \frac{1}{4} &= x^2 - 2(x)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

แล้ว จึงแยกตัวประกอบ พหุนาม ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1) \quad x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 &= x^2 - 2(x)\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 \\ &= (x - \sqrt{5})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x^2 + x + \frac{1}{4} &= x^2 + 2(x)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad x^2 + 4\sqrt{3}x + 12 &= x^2 + 2(x)(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2 \\ &= (x + 2\sqrt{3})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} &= x^2 - 2(x)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 \end{aligned}$$

ตอบ

2.3 การแยกตัวประกอบของพหุนาม ตีกรู้ล่วงหน้าสอง ที่มีส่วนประกอบที่ไปในจำนวนเต็ม

พิจารณาพหุนาม ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. (x+5)(x^2-5x+25) &= x^2(x+5) - 5x(x+5) + 25(x+5) \\ &= x^3 + 5x^2 - 5x^2 - 25x + 25x + 125 \\ &= x^3 + 125 \\ &= x^3 + 5^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. (2x-3)(4x^2+6x+9) &= 4x^2(2x-3) + 6x(2x-3) + 9(2x-3) \\ &= 8x^3 - 12x^2 + 12x^2 - 18x + 18x - 27 \\ &= 8x^3 - 27 \\ &= (2x)^3 - 3^3 \end{aligned}$$

เรียกพหุนาม เช่น  $x^3 + 5^3$  ว่า "ผลบวกของกำลังสาม"  
และ เรียกพหุนาม เช่น  $(2x)^3 - 3^3$  ว่า "ผลต่างของกำลังสาม"

- ▶ ในกรณีทั่วไป เมื่อ  $A$  และ  $B$  เป็น term ใดๆ ของพหุนาม เรียกพหุนามรูป  $A^3 + B^3$  ที่ "ผลบวกกำลังสาม" และเรียกพหุนามรูป  $A^3 - B^3$  ที่ "ผลต่างกำลังสาม"
- ▶ เราแยกตัวประกอบ ของพหุนามดังกล่าวได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} A^3 + B^3 &= (A+B)(A^2 - AB + B^2) \\ A^3 - B^3 &= (A-B)(A^2 + AB + B^2) \end{aligned}$$

และ เมื่อให้ง่าย ต่อการจำ จำสูตรที่ว่า

$$\begin{aligned} (\text{หน้า})^3 + (\text{หลัง})^3 &= (\text{หน้า} + \text{หลัง})(\text{หน้า}^2 - (\text{หน้า})(\text{หลัง}) + \text{หลัง}^2) \\ (\text{หน้า})^3 - (\text{หลัง})^3 &= (\text{หน้า} - \text{หลัง})(\text{หน้า}^2 + (\text{หน้า})(\text{หลัง}) + \text{หลัง}^2) \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 2.3 ก

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad x^3 + 27 &= x^3 + 3^3 \\ &= (x+3)(x^2 - (x)(3) + 3^2) \\ &= (x+3)(x^2 - 3x + 9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad y^3 + 64 &= y^3 + 4^3 \\ &= (y+4)(y^2 - y(4) + 4^2) \\ &= (y+4)(y^2 - 4y + 16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad 8x^3 + 1 &= (2x)^3 + 1^3 \\ &= (2x+1)((2x)^2 - (2x)(1) + 1^2) \\ &= (2x+1)(4x^2 - 2x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad 64z^3 + 125 &= (4z)^3 + 5^3 \\ &= (4z+5)((4z)^2 - (4z)(5) + 5^2) \\ &= (4z+5)(16z^2 - 20z + 25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad 27x^3 + 512y^3 &= (3x)^3 + (8y)^3 \\ &= (3x+8y)((3x)^2 - (3x)(8y) + (8y)^2) \\ &= (3x+8y)(9x^2 - 24xy + 64y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad 729 + (x-2)^3 &= 9^3 + (x-2)^3 \\ &= (9+(x-2))(9^2 - (9)(x-2) + (x-2)^2) \\ &= (9+x-2)(81 - 9x + 18 + x^2 - 4x + 4) \\ &= (x+7)(x^2 - 13x + 103) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad (3x-1)^3 + (x-4)^3 &= [(3x-1)+(x-4)][(3x-1)^2 - (3x-1)(x-4) + (x-4)^2] \\ &= [3x-1+x-4][9x^2 - 6x + 1 - (3x^2 - x - 12x + 4) + (x^2 - 8x + 16)] \\ &= [4x-5][9x^2 - 6x + 1 - 3x^2 + x + 12x - 4 + x^2 - 8x + 16] \\ &= [4x-5][7x^2 - x + 13] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8. \quad (2x+5)^3 + (5x-9)^3 &= [(2x+5)+(5x-9)][(2x+5)^2 - (2x+5)(5x-9) + (5x-9)^2] \\ &= [7x-4][4x^2 + 20x + 25 - (10x^2 + 25x - 18x - 45) + 25x^2 - 90x + 81] \\ &= [7x-4][4x^2 - 10x^2 + 25x^2 + 20x - 25x + 18x - 90x + 25 + 45 + 81] \\ &= [7x-4][19x^2 - 77x + 151] \end{aligned}$$

ถ้าให้ง่ายกว่านี้ ใช้สูตร

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{مثال: } (2x+5)^3 + (5x-9)^3 &= ((2x)^3 + 3(2x)^2(5) + 3(2x)(5)^2 + 5^3) \\
 &\quad + ((5x)^3 - 3(5x)^2(9) + 3(5x)(9)^2 - 9^3) \\
 &= (8x^3 + 60x^2 + 150x + 125) + (125x^3 - 675x^2 + 1215x - 729) \\
 &= 133x^3 - 615x^2 + 1365x - 604
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad x^3 - 1 &= x^3 - 1^3 = (x-1)(x^2 + x(1) + 1^2) \\
 &= (x-1)(x^2 + x + 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad z^3 - 216 &= z^3 - 6^3 = (z-6)(z^2 + z(6) + 6^2) \\
 &= (z-6)(z^2 + 6z + 36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad 125y^3 - 64 &= (5y)^3 - 4^3 = (5y-4)((5y)^2 + (5y)(4) + 4^2) \\
 &= (5y-4)(25y^2 + 20y + 16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12. \quad 1000 - 216x^3 &= 10^3 - (6x)^3 = (10-6x)(10^2 + (10)(6x) + (6x)^2) \\
 &= (10-6x)(100 + 60x + 36x^2) \\
 &= (10-6x)(36x^2 + 60x + 100)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13. \quad 1,331y^3 - 343z^3 &= (11y)^3 - (7z)^3 = (11y-7z)((11y)^2 + (11y)(7z) + (7z)^2) \\
 &= (11y-7z)(121y^2 + 77yz + 49z^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14. \quad (4x+3)^3 - 125 &= (4x+3)^3 - 5^3 = [(4x+3)-5][(4x+3)^2 + (4x+3)(5) + 5^2] \\
 &= (4x-2)[16x^2 + 24x + 9 + 20x + 15 + 25] \\
 &= 2(x-2)[16x^2 + 44x + 49]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15. \quad (7x-2)^3 - (6x+9)^3 &= [(7x-2)-(6x+9)][(7x-2)^2 + (7x-2)(6x+9) + (6x+9)^2] \\
 &= [x-11][49x^2 - 28x + 4 + 42x^2 - 12x + 63x - 18 + 36x^2 + 108x + 81] \\
 &= [x-11][49x^2 + 42x^2 + 36x^2 - 28x - 12x + 63x + 108x + 4 - 18 + 81] \\
 &= [x-11][127x^2 + 131x + 67]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16. \quad (8x-15)^3 - (3x-7)^3 &= ((8x-15)-(3x-7))((8x-15)^2 + (8x-15)(3x-7) + (3x-7)^2) \\
 &= (5x-8)(64x^2 - 240x + 225 + 24x^2 - 45x - 56x + 105 + 9x^2 - 42x + 49) \\
 &= (5x-8)(64x^2 + 24x^2 + 9x^2 - 240x - 45x - 56x - 42x + 225 + 105 + 49) \\
 &= (5x-8)(97x^2 - 383x + 379)
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 2.3 ๑

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad x^4 - 625 &= (x^2)^2 - 25^2 \\ &= (x^2 + 25)(x^2 - 25) \quad \text{โดย } (x^2 - 25) = (x + 5)(x - 5) \\ &= (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 81y^4 - 125 &= (9y^2)^2 - (5\sqrt{5})^2 \\ &= (9y^2 + 5\sqrt{5})(9y^2 - 5\sqrt{5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad 81x^4 - 256y^4 &= (9x^2)^2 - (16)^2 \\ &= (9x^2 + 16)(9x^2 - 16) \quad \text{โดย } 9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 \\ &= (9x^2 + 16)(3x + 4)(3x - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad x^4 + 3x^2 + 4 &= (x^4 + 4) + 3x^2 \\ &= (x^2)^2 + 2(x^2)(2) + 2^2 - 2(x^2)(2) + 3x^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - 4x^2 + 3x^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + 2 + x)(x^2 + 2 - x) \\ &= (2x^2 + 2)(2) = 2(2x^2 + 2) = 4(x^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad y^4 + 6y^2 + 25 &= (y^4 + 6y^2) + 25 \\ &= (y^2)^2 + 2(y^2)(3) + 3^2 - 3^2 + 25 \\ &= (y^2 + 3)^2 - 9 + 25 \\ &= (y^2 + 3)^2 + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad x^4 + 64 &= (x^2)^2 + 8^2 \\ &= (x^2)^2 + 2(x^2)(8) + 8^2 - 2(x^2)(8) \\ &= (x^2 + 8)^2 - 16x^2 = (x^2 + 8)^2 - (4x)^2 \\ &= (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x) \\ &= (x^2 + 4x + 8)(x^2 - 4x + 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad y^4 + 324 &= (y^2)^2 + 18^2 \\ &= (y^2)^2 + 2(y^2)(18) + 18^2 - 2(y^2)(18) \\ &= (y^2 + 18)^2 - 36y^2 \\ &= (y^2 + 18)^2 - (6y)^2 \\ &= (y^2 + 18 + 6y)(y^2 + 18 - 6y) \\ &= (y^2 + 6y + 18)(y^2 - 6y + 18) \end{aligned}$$

$$8. y^6 - 1 = (y^3)^2 - 1^2 = (y^3 + 1)(y^3 - 1) \\ = (y+1)(y^2 - y + 1)(y-1)(y^2 + y + 1)$$

$$9. 64x^6 - 729 = (4x^2)^3 - 9^3 = (4x^2 - 9)((4x^2)^2 + (4x^2)(9) + 9^2) \\ = ((2x)^2 - 3^2)(16x^4 + 36x^2 + 81) \\ = (2x+3)(2x-3)(16x^4 + 36x^2 + 81)$$

$$10. x^6 - y^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3 = (x^2 - y^2)((x^2)^2 + (x^2)(y^2) + (y^2)^2) \\ = (x+y)(x-y)(x^4 + x^2y^2 + y^4) \\ = (x+y)(x-y)(x^2)^2 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 \\ = (x+y)(x-y)((x^2 + y^2)^2 - (xy)^2) \\ = (x+y)(x-y)(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$$

$$11. x^6 + 216 = (x^2)^3 + 6^3 = (x^2 + 6)((x^2)^2 - (x^2)(6) + 6^2) \\ = (x^2 + 6)(x^4 - 2(x^2)(3) + 3^2 - 3^2 + 6^2) \\ = (x^2 + 6)((x^2 - 3)^2 - 9 + 36) \\ = (x^2 + 6)((x^2 - 3)^2 + 27)$$

$$12. 343x^6 + 1000z^6 = (7x^2)^3 + (10z^2)^3 \\ = (7x^2 + 10z^2)((7x^2)^2 - (7x^2)(10z^2) + (10z^2)^2) \\ = (7x^2 + 10z^2)(49x^4 - 70x^2z^2 + 100z^4) \\ = (7x^2 + 10z^2)((7x^2)^2 - 2(7x^2)(5z^2) + (5z^2)^2 - (5z^2)^2 + 100z^4) \\ = (7x^2 + 10z^2)((7x^2 - 5z^2)^2 - 25z^4 + 100z^4) \\ = (7x^2 + 10z^2)((7x^2 - 5z^2)^2 + 75z^4)$$

$$13. 512 - y^6 = 8^3 - (y^2)^3 \\ = (8 - y^2)(8^2 + 8y^2 + (y^2)^2) \\ = (2\sqrt{2})^2 - y^2((y^2)^2 + 8y^2 + 8^2) \\ = ((2\sqrt{2})^2 - y^2)((y^2)^2 + 2(y^2)(4) + 4^2 - 4^2 + 8^2) \\ = ((2\sqrt{2})^2 - y^2)((y^2 + 4)^2 - 16 + 64) \\ = (2\sqrt{2} + y)(2\sqrt{2} - y)((y^2 + 4)^2 + 48)$$

$$14. 216x^6 - 27y^6 = (6x^2)^3 - (3y^2)^3 = (6x^2 - 3y^2)((6x^2)^2 + (6x^2)(3y^2) + (3y^2)^2) \\ = (\sqrt{6}x - \sqrt{3}y)((6x^2)^2 + 18x^2y^2 + 9y^4) \\ = (\sqrt{6}x + \sqrt{3}y)(\sqrt{6}x - \sqrt{3}y)((6x^2)^2 + 2(6x^2)(\frac{3}{2}y^2) + (\frac{3}{2}y^2)^2 - (\frac{3}{2}y^2)^2 + 9y^4) \\ = (\sqrt{6}x + \sqrt{3}y)(\sqrt{6}x - \sqrt{3}y)((6x^2 + \frac{3}{2}y^2)^2 - \frac{9y^4}{4} + \frac{9y^4}{1}) \quad \frac{9y^4}{1} - \frac{36}{4} \\ = (\sqrt{6}x + \sqrt{3}y)(\sqrt{6}x - \sqrt{3}y)((6x^2 + \frac{3}{2}y^2)^2 - \frac{9y^4}{4} + \frac{36y^4}{4}) \\ = (\sqrt{6}x + \sqrt{3}y)(\sqrt{6}x - \sqrt{3}y)((6x^2 + \frac{3}{2}y^2)^2 + \frac{27y^4}{4}) \quad \frac{36y^4}{4}$$

hint :  $-\frac{9y^4}{4} + \frac{9y^4}{1} = -\frac{9y^4}{4} + \frac{36y^4}{4} = +\frac{27y^4}{4}$

แบบฝึกหัด 2.3 ค

จงแยกตัวประกอบ ของพหุนามต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 1. \quad x^3 - x^2 - x + 1 &= x^3 - x^2 - (x-1) \\
 &= x^2(x-1) - (x-1) \\
 &= (x-1)(x^2-1) \\
 &= (x-1)(x+1)(x-1) = (x+1)(x-1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad y^4 + 2y^3 - y - 2 &= y^4 + 2y^3 - (y+2) \\
 &= y^3(y+2) - (y+2) \\
 &= (y+2)(y^3-1) \\
 &= (y+2)(y-1)(y^2+y+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad z^3 + z^2 - 4z - 64 &= z^3 - 64 + z^2 - 4z \\
 &= (z^3 - 64) + (z^2 - 4z) \\
 &= (z-4)(z^2 + 4z + 16) + z(z-4) \\
 &= (z-4)[z^2 + 4z + 16 + z] \\
 &= (z-4)[z^2 + 5z + 16]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad y^3 + 9y^2 - 54y - 216 &= y^3 - 216 + 9y^2 - 54y \\
 &= (y^3 - 6^3) + (9y^2 - 54y) \\
 &= (y-6)(y^2 + 6y + 36) + 9y(y-6) \\
 &= (y-6)[y^2 + 6y + 36 + 9y] \\
 &= (y-6)[y^2 + 15y + 36] \\
 &= (y-6)[(y+12)(y+3)] \\
 &= (y+3)(y+12)(y-6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad x^3 - 5x^2 - 15x + 27 &= x^3 + 27 - 5x^2 - 15x \\
 &= (x^3 + 27) - (5x^2 + 15x) \\
 &= (x^3 + 27) - 5x(x+3) \\
 &= (x+3)(x^2 - 3x + 9) - 5x(x+3) \\
 &= (x+3)(x^2 - 3x + 9 - 5x) \\
 &= (x+3)(x^2 - 8x + 9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad 6x^3 + 12xy^2 + 4xy^2 + 8y^3 &= (6x^3 + 12xy^2) + (4xy^2 + 8y^3) \\
 &= 6x^2(x+2y) + 4y^2(x+2y) \\
 &= (x+2y)(6x^2 + 4y^2) \\
 &= (x+2y)(2)(3x^2 + 2y^2) \\
 &= 2(x+2y)(3x^2 + 2y^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. \quad x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x &= (x^4 - 3x^3) - (4x^2 - 12x) \\
&= x^3(x-3) - 4x(x-3) \\
&= (x-3)(x^3 - 4x) \\
&= (x-3)(x)(x^2 - 4) \\
&= (x-3)(x)(x+2)(x-2) \\
&= (x)(x+2)(x-2)(x-3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \quad 9x^4 - y^2 - 6y - 9 &= (3x^2)^2 - (y^2 + 6y + 9) \\
&= (3x^2)^2 - (y+3)(y+3) \\
&= (3x^2)^2 - (y+3)^2 \\
&= (3x^2 + (y+3))(3x^2 - (y+3)) \\
&= (3x^2 + y + 3)(3x^2 - y - 3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. \quad 4x^4 - 4x^2y + y^2 - 121 &= ((2x^2)^2 - 2(2x^2)(y) + y^2) - 11^2 \\
&= (2x^2 - y)^2 - 11^2 \\
&= (2x^2 - y + 11)(2x^2 - y - 11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10. \quad 9x^4 - 6x^2y + y^2 - 9 &= ((3x^2)^2 - 2(3x^2)y + y^2) - 3^2 \\
&= (3x^2 - y)^2 - 3^2 \\
&= (3x^2 - y + 3)(3x^2 - y - 3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
11. \quad 1 - x^2 - 2xy^2 - y^4 &= 1 - (x^2 + 2xy^2 + y^4) \\
&= 1^2 - (x + y^2)^2 \\
&= (1 + (x + y^2))(1 - (x + y^2)) \\
&= (1 + x + y^2)(1 - x - y^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12. \quad x^4 - 4y^4 - 20y^2 - 25 &= (x^2)^2 - (4y^4 + 20y^2 + 25) \\
&= (x^2)^2 - ((2y^2)^2 + 2(2y^2)(5) + 5^2) \\
&= (x^2)^2 - (2y^2 + 5)^2 \\
&= (x^2 + (2y^2 + 5))(x^2 - (2y^2 + 5)) \\
&= (x^2 + 2y^2 + 5)(x^2 - 2y^2 - 5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
13. \quad x^4 - 2ax^2 + a^2 - z^2 &\text{ is } a = \text{constant (ধ্রুবক)} \\
&= ((x^2)^2 - 2(x^2)(a) + a^2) - z^2 \\
&= (x^2 - a)^2 - z^2 \\
&= (x^2 - a + z)(x^2 - a - z)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
14. \quad & 4x^4 - 4ax^2 + 2by + a^2 - b^2 - y^2 \\
&= ((2x^2)^2 - 2(2x^2)(a) + a^2) - (b^2 - 2by + y^2) \\
&= (2x^2 - a)^2 - (b - y)^2 \\
&= (2x^2 - a + b - y)(2x^2 - a - b + y) \\
&= (2x^2 - a + b - y)(2x^2 - a - b + y)
\end{aligned}$$

1101

THAI CADET