

$$7) 6m^2 + 13m - 5 = 0$$

$$(2m + 5)(3m - 1) = 0$$

$$2m + 5 = 0 \quad ; \quad 3m - 1 = 0$$

$$m = -\frac{5}{2} \quad m = \frac{1}{3}$$

$$\text{ดังนั้น } m = \frac{1}{3} \text{ และ } -\frac{5}{2}$$

$$8) 10x^2 + 19x - 15 = 0$$

$$(5x - 3)(2x + 5) = 0$$

$$5x - 3 = 0 \quad ; \quad 2x + 5 = 0$$

$$x = \frac{3}{5} \quad x = -\frac{5}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{3}{5} \text{ และ } -\frac{5}{2}$$

$$9) 12x^2 + 15x - 18 = 0$$

$$12x^2 + 15x - 18 = 0$$

นำ 3 หารทั้งสามข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 4x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(4x - 3)(x + 2) = 0$$

$$4x - 3 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0$$

$$x = \frac{3}{4} \quad x = -2$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{3}{4} \text{ และ } -2$$

$$10) 8p = -(16p^2 + 1)$$

$$8p = -16p^2 - 1$$

ย้ายข้างสมการได้

$$16p^2 + 8p + 1 = 0$$

$$(4p + 1)(4p + 1) = 0$$

$$p = -\frac{1}{4} \quad \text{ซึ่งเป็นเพียงคำตอบเดียว}$$

$$11) 2k^2 + 5k + 3 = 0$$

$$(2k + 3)(k + 1) = 0$$

$$k = -1 \text{ และ } -\frac{3}{2}$$

$$12) 8x - 3x^2 = 5$$

ย้ายข้างสมการได้

$$0 = 3x^2 - 8x + 5$$

$$\text{หรือ } 3x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 1) = 0$$

$$x = 1, \frac{5}{3}$$

$$13) 30n = 9n^2 + 25$$

$$\text{หรือ } 9n^2 + 25 = 30n$$

$$9n^2 - 30n + 25 = 0$$

$$(3n - 5)(3n - 5) = 0$$

$$n = \frac{5}{3} \quad \text{ซึ่งนี่เป็นเพียงคำตอบเดียว}$$

$$14) 8t^2 + 10t + 5 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{สังเกตว่า } (8t + 5)(t + 1) \\ (8t + 1)(t + 5) \end{array} \right\} \neq 8t^2 + 10t + 5$$

หรือไม่ว่าจะแยกตัวประกอบอย่างไร ก็ไม่สามารถหาคำตอบของสมการได้

$$\text{เป็นทฤษฎี จากสูตร } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(8)(5)}}{2(8)}$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 160}}{16}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{-60}}{16} \quad \leftarrow \text{ซึ่ง } \sqrt{-60} \text{ ไม่ใช่จำนวนจริง}$$

ดังนั้น ข้อ 14) ไม่มีคำตอบ

$$15) 31x - 3x^2 = 56$$

ย้ายข้างสมการได้

$$0 = 56 + 3x^2 - 31x$$

$$\text{หรือ } 3x^2 - 31x + 56 = 0$$

$$(3x - 7)(x - 8) = 0$$

$$x = 8 \text{ และ } \frac{7}{3}$$

$$16) -3x^2 + 7x - 4 = 0$$

คูณ -1 วกคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$3x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$(3x - 4)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ และ } \frac{4}{3}$$

ตอบ

2. จงแก้สมการต่อไปนี้

1) $x^2 = 6$

$$x^2 - 6 = 0$$

$$x^2 - \sqrt{6}^2 = 0$$

$$(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6}) = 0$$

$$x = \sqrt{6} \text{ และ } -\sqrt{6}$$

note : อาจเขียนได้ว่า $x = \pm\sqrt{6}$

2) $3x^2 = 51$

$$x^2 = \frac{51}{3} = 17$$

$$x^2 - 17 = 0$$

$$x^2 - \sqrt{17}^2 = 0$$

$$(x + \sqrt{17})(x - \sqrt{17}) = 0$$

$$x = \pm\sqrt{17}$$

3) $0.75t^2 - 27 = 0$

$$t^2 = \frac{27}{0.75} = \frac{27}{0.75} \times \frac{100}{100}$$

$$= \frac{2700}{75} = 36$$

$$t^2 - 36 = 0$$

$$t^2 - 6^2 = 0$$

$$(t+6)(t-6) = 0$$

$$t = \pm 6$$

4) $0.25x^2 + 0.5 = 0$

$$x^2 = \frac{-0.50}{0.25} = -2$$

ซึ่ง $x^2 = -2$

$x = \sqrt{-2}$ ไม่เป็นจำนวนจริง

ดังนั้น สมการนี้ ไม่มีคำตอบ

5) $(x-2)^2 - 60 = 0$

$$(x-2)^2 - \sqrt{60} = 0 \quad \text{โดย } \sqrt{60} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 5} = 2\sqrt{15}$$

$$(x-2)^2 - (2\sqrt{15})^2 = 0$$

$$(x-2 + 2\sqrt{15})(x-2 - 2\sqrt{15}) = 0$$

$$x = 2 - 2\sqrt{15} \text{ และ } 2 + 2\sqrt{15}$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{15}$$

$$6) (y+2)^2 + 20 = 0$$

$$(y+2)^2 = -20$$

สังเกตว่า ไม่มีจำนวนจริงใดๆ ที่ยกกำลังสอง แล้วได้คำตอบเป็นจำนวนจริงลบ
ดังนั้น "ข้อนี้" ไม่มีคำตอบ

$$9) (2x+3)^2 = 36$$

$$(2x+3)^2 - 36 = 0$$

$$(2x+3)^2 - 6^2 = 0$$

$$(2x+3+6)(2x+3-6) = 0$$

$$(2x+9)(2x-3) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ และ } -\frac{9}{2}$$

$$8) (3m-4)^2 = 18$$

$$(3m-4)^2 - 18 = 0$$

$$(3m-4)^2 - \sqrt{18}^2 = 0 \quad \text{โดย } \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$(3m-4)^2 - (3\sqrt{2})^2 = 0$$

$$(3m-4+3\sqrt{2})(3m-4-3\sqrt{2}) = 0$$

$$m = \frac{4 \pm 3\sqrt{2}}{3}$$

$$9) (5x-2)^2 = 10$$

$$(5x-2)^2 - 10 = 0$$

$$(5x-2)^2 - \sqrt{10}^2 = 0$$

$$(5x-2+\sqrt{10})(5x-2-\sqrt{10}) = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{5}$$

$$10) (2x+3)^2 = 25x^2$$

$$(2x+3)^2 - (5x)^2 = 0$$

$$(2x+3+5x)(2x+3-5x) = 0$$

$$(7x+3)(-3x+3) = 0$$

$$x = -\frac{3}{7} \text{ และ } -\frac{3}{4}$$

$$\text{หรือ } x = 1 \text{ และ } -\frac{3}{4}$$

$$11) (2x+1)^2 - (x+3)^2 = 0$$

$$(2x+1+(x+3))(2x+1-(x+3)) = 0$$

$$(2x+1+x+3)(2x+1-x-3) = 0$$

$$(3x+4)(x-2) = 0$$

$$x = 2 \text{ และ } -\frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned}
 12) \quad & (3x+2)^2 = (x-1)^2 \\
 & (3x+2)^2 - (x-1)^2 = 0 \\
 & [(3x+2) + (x-1)][(3x+2) - (x-1)] = 0 \\
 & [3x+2+x-1][3x+2-x+1] = 0 \\
 & (4x+1)(2x+3) = 0 \\
 & x = -\frac{1}{4} \text{ และ } -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$13) \quad 9\frac{1}{2}x - x^2 = 22$$

$$\frac{19}{2}x - x^2 - 22 = 0$$

นำ -2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อกำจัด $\frac{1}{2}$ และเครื่องหมาย (-) หน้า x^2

$$-19x + 2x^2 + 44 = 0$$

$$2x^2 - 19x + 44 = 0$$

$$(2x-11)(x-4) = 0$$

$$x = 4 \text{ และ } \frac{11}{2}$$

$$14) \quad 1.6 - 0.8x^2 = 8.8$$

$$1.6 - 0.8x^2 - 8.8 = 0$$

นำ -10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อกำจัดรูปทศนิยม 1 ตำแหน่ง และเครื่องหมาย (-) หน้า $-0.8x^2$

$$8x^2 - 16 + 88 = 0$$

$$8x^2 + 72 = 0$$

$$x^2 = \frac{-72}{8} = -9$$

$$x = \sqrt{-9}$$

ซึ่งไม่เป็นจำนวนเต็ม

ดังนั้น ไม่มีคำตอบของสมการ

$$15) \quad -6x^2 - 18\frac{1}{2} = -15$$

$$-6x^2 - \frac{37}{2} + 15 = 0$$

นำ -2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$12x^2 + 37 - 30 = 0$$

$$12x^2 + 7 = 0$$

$$x^2 = \frac{-7}{12}$$

ซึ่งไม่เป็นจำนวนจริง ดังนั้น ไม่มีคำตอบของสมการ

$$16) \quad -9x^2 - \frac{4}{9} = -4x$$

$$0 = 9x^2 - 4x + \frac{4}{9}$$

นำ 9 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$0 = 81x^2 - 36x + 4$$

$$81x^2 - 36x + 4 = 0$$

$$(9x-2)(9x-2) = 0$$

$$x = \frac{2}{9}$$

3.2 การแก้สมการกำลังสอง โดยวิธีทำพินกำลังสองสมบูรณ์

สังเกตการแยกตัวประกอบ ของ "สมการกำลังสอง" โดยทำเป็น "กำลังสองสมบูรณ์" เช่น

$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

$$x^2 + 2bx + b^2 = (x+b)^2 \quad \text{เป็นต้น}$$

บางครั้ง การหาคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ นั้น ไม่สามารถทำได้โดยง่าย เช่นในหัวข้อ 3.1 เราจึงต้องใช้ความรู้เรื่อง "กำลังสองสมบูรณ์" และ "ผลต่างกำลังสอง" มาช่วยในการแยกตัวประกอบของพหุนาม

เมื่อรูปทั่วไปของสมการกำลังสอง คือ $ax^2 + bx + c = 0$

★ กรณีที่ 1 $a = 1$ แปลงว่า สมการเริ่มในรูป $1x^2$ หรือ x^2
เช่น $x^2 + 8x + 16 = 0$ หรือ $x^2 + 2cx + c^2 = 0$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $x^2 + 6x - 8 = 0$
วิธีทำ เมื่อ $x^2 + 6x - 8 = 0$
 $\frac{x^2 + 2(x)(3) - 8}{\text{จึงยังเท่ากับ } x^2 + 6x}$ $= 0$

และสังเกตว่า $x^2 + 2(x)(3)$
คือ $(\text{หน้า})^2 + 2(\text{หน้า})(\text{หลัง})$
มี หน้า = x
หลัง = 3

นั่นคือ เรายามสร้างรูปแบบของกำลังสอง สมบูรณ์ จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

จาก $x^2 + 2(x)(3) - 8 = 0$
 $(x^2 + 2(x)(3) + (3)^2 - (3)^2) - 8 = 0$ \rightarrow $(x+3)^2 - (3)^2 = 0$
สังเกตกำลังสองสมบูรณ์ $(\text{หน้า})^2 + 2(\text{หน้า})(\text{หลัง}) + (\text{หลัง})^2$ แปลงว่า ค่าไม่เปลี่ยนแปลง

นั่นคือ $(x+3)^2 - (3)^2 - 8 = 0$
 $(x+3)^2 - 9 - 8 = 0$
 $(x+3)^2 - 17 = 0$
 $(x+3)^2 - \sqrt{17}^2 = 0 \rightarrow$ ผลต่างกำลังสอง
 $(x+3 + \sqrt{17})(x+3 - \sqrt{17}) = 0$
 $x = -3 \pm \sqrt{17}$

ตอบ

hint : สังเกตว่า จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ เรายามสร้างรูปแบบ "กำลังสองสมบูรณ์"

โดยมีจำนวนใหม่เกิดขึ้นมา คือ $+(\text{หลัง})^2 - (\text{หลัง})^2$ เพื่อให้ค่ายังเท่าเดิม

เมื่อสร้าง "กำลังสองสมบูรณ์แล้ว" จึงสร้าง "ผลต่างกำลังสอง" แล้วหาค่า x ซึ่งเป็นคำตอบของสมการนั่นเอง

★ แม้แต่ อนุกรมที่เรหาคำตอบ & แยกตัวประกอบได้ ก็สามารถใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ได้ เช่นกัน

ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ

จงแก้สมการ $x^2 + 6x + 9 = 0$

พิจารณาว่า $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = 0$

$x = -3$

แต่ เราจะลองแก้ปัญหานี้โดยวิธีกำลังสองสมบูรณ์

จาก $x^2 + 6x + 9 = 0$

$(x^2 + 6x) + 9 = 0 \rightarrow$ จัดกลุ่ม

$(x^2 + 2(x)(3)) + 9 = 0 \rightarrow$ สร้างรูปแบบ (หน้า)² + 2(หน้า)(หลัง)

$(x^2 + 2(x)(3) + (3)^2 - (3)^2) + 9 = 0 \rightarrow$ สร้าง (หลัง)² - (หลัง)² เพื่อสร้างรูปแบบของกำลังสองสมบูรณ์ ที่สมบูรณ์แบบ

$(x + 3)^2 - 9 + 9 = 0$

$(x + 3)^2 = 0$

สังเกตว่า ได้คำตอบ เหมือนการแก้สมการตามปกติ

★ ดังนั้น เราจะใช้วิธีนี้ได้ เพื่อแก้สมการในรูปแบบที่ง่าย และรวดเร็วที่สุด

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3

วิธีทำ

จงแก้สมการ $x^2 - 7x + 3 = 0$

จาก $x^2 - 7x + 3 = 0$

$(x^2 - 7x) + 3 = 0$

$(x^2 - 2(x)(\frac{7}{2})) + 3 = 0 \rightarrow$ โดย $7x = 2(x)(\frac{7}{2})$

ได้รูป (หน้า)² - 2(หน้า)(หลัง)

$(x^2 - 2(x)(\frac{7}{2}) + (\frac{7}{2})^2 - (\frac{7}{2})^2) + 3 = 0 \rightarrow$ ทำรูป "กำลังสองสมบูรณ์"

$(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{49}{4} + \frac{3}{1} = 0$

$(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{49}{4} + \frac{12}{4} = 0$

$(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{37}{4} = 0$

$(x - \frac{7}{2})^2 - (\frac{\sqrt{37}}{2})^2 = 0$

$(x - \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{37}}{2})(x - \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{37}}{2}) = 0$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 $x^2 + 2\sqrt{2}x - 2 = 0$

วิธีทำ จาก $x^2 + 2\sqrt{2}x - 2 = 0$

$$[x^2 + 2(x)\sqrt{2}] - 2 = 0$$

$$[x^2 + 2(x)\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 - \sqrt{2}^2] - 2 = 0$$

$$(x + \sqrt{2})^2 - \sqrt{2}^2 - 2 = 0 \quad \text{โดย } -\sqrt{2}^2 - 2 = -2 - 2 = -4 \quad \text{หรือ } -(2)^2$$

$$(x + \sqrt{2})^2 - (2)^2 = 0$$

$$(x + \sqrt{2} + 2)(x + \sqrt{2} - 2) = 0$$

$$x = -\sqrt{2} \pm 2$$

๕๗๒

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ $x^2 + x + 1 = 0$

วิธีทำ จาก $x^2 + x + 1 = 0$

$$(x^2 + 2(x)\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$(x^2 + 2(x)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0$$

หรือ $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4}$

สังเกตว่า เมื่อ $x + \frac{1}{2}$ เป็นจำนวนจริง

$$\text{ดังนั้น } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$$

แต่จากโจทย์ $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4}$ ซึ่งไม่เป็นจริง

ดังนั้น สมการนี้ ไม่มีคำตอบ

๕๗๓

★★ กรกฎที่ 2 $a \neq 1$ เช่น $3x^2$, $5x^2$ เป็นต้น ตั้งรูปสมการ $5x^2 + 2x - 2$, $3x^2 - 3x + 6 = 0$ เป็นต้น
เราใช้วิธีนี้ สัมประสิทธิ์ หน้า x^2 มากกว่าที่สมการ เมื่อทำให้เกิดรูป $1x^2$

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการ $3x^2 - 5x - 1 = 0$

วิธีทำ จาก $3x^2 - 5x - 1 = 0$

จะได้ $x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow$ นำ 3 มาหารทั้งสมการ เพื่อให้ $3x^2$ กลายเป็น x^2

แล้ว $(x^2 - 2(x)\left(\frac{5}{6}\right)) - \frac{1}{3} = 0$

$$(x^2 - 2(x)\left(\frac{5}{6}\right) + \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2) - \frac{1}{3} = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{36} - \frac{1}{3} = 0 \quad \text{โดย } -\frac{25}{36} - \frac{1}{3} = -\frac{25}{36} - \frac{12}{36} = -\frac{37}{36} = -\left(\frac{\sqrt{37}}{6}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{37}}{6}\right)^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{6} + \frac{\sqrt{37}}{6}\right)\left(x - \frac{5}{6} - \frac{\sqrt{37}}{6}\right) = 0$$

$$x = \frac{5}{6} - \frac{\sqrt{37}}{6}, \frac{5}{6} + \frac{\sqrt{37}}{6}$$

หรือ $x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$

๕๗๔

แบบฝึกหัด 3.2 ก

จงแก้สมการต่อไปนี้ (note : จะเขียนอธิบายวิธีทำในย่อแรก ส่วนข้อต่อไปให้ดูตัวอย่างที่ข้อแรกด้วย)

1. $x^2 - 6x - 1 = 0$

วิธีทำ

จาก $x^2 - 6x - 1 = 0$

$(x^2 - 6x) - 1 = 0$

$(x^2 - 2(x)(3)) - 1 = 0$

$(x^2 - 2(x)(3) + (3)^2 - (3)^2) - 1 = 0$

$(x-3)^2 - 9 - 1 = 0$

$(x-3)^2 - 10 = 0$

$(x-3)^2 - \sqrt{10}^2 = 0$

$(x-3+\sqrt{10})(x-3-\sqrt{10}) = 0$

$x = 3 \pm \sqrt{10}$

ตอบ

→ เริ่มใส่วงเล็บ term ที่พิจารณา

→ เริ่มแปลงรูป เป็น (หน้า)² + หรือ - 2(หน้า)(หลัง)

→ รูปกำลังสองสมบูรณ์

} สร้าง (หน้า)² - (หลัง)²
หรือผลต่าง กำลังสอง

2. $y^2 + 8y + 5 = 0$

วิธีทำ

จาก $y^2 + 8y + 5 = 0$

$(y^2 + 2(y)(4)) + 5 = 0$

$(y^2 + 2(y)(4) + 4^2 - 4^2) + 5 = 0$

$(y+4)^2 - 4^2 + 5 = 0$

$(y+4)^2 - 16 + 5 = 0$

$(y+4)^2 - 11 = 0$

$(y+4)^2 - \sqrt{11}^2 = 0$

$(y+4+\sqrt{11})(y+4-\sqrt{11}) = 0$

$y = -4 \pm \sqrt{11}$

ตอบ

3. $x^2 + 2x + 2 = 0$

วิธีทำ

จาก $x^2 + 2x + 2 = 0$

$(x^2 + 2(x)(1)) + 2 = 0$

$(x^2 + 2(x)(1) + (1)^2 - (1)^2) + 2 = 0$

$(x-1)^2 - 1 + 2 = 0$

$(x-1)^2 + 1 = 0$

$(x-1)^2 = -1$ ซึ่งไม่เป็นความจริง

ดังนั้น ข้อนี้ไม่มีคำตอบของสมการ

ตอบ

4. $a^2 + 3a - 5 = 0$

วิธีทำ

จาก $a^2 + 3a - 5 = 0$

$(a^2 + 2(a)(\frac{3}{2})) - 5 = 0$

หมายเหตุ: $2(a)(\frac{3}{2}) = 3a$ เท่าเดิม

$(a^2 + 2(a)(\frac{3}{2}) + (\frac{3}{2})^2 - (\frac{3}{2})^2) - 5 = 0$

$(a-\frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} - \frac{5}{1} = 0$ โดย $-\frac{9}{4} - \frac{5}{1} = -\frac{9}{4} - \frac{20}{4} = -\frac{29}{4} = -(\frac{\sqrt{29}}{2})^2$

$(a-\frac{3}{2})^2 - (\frac{\sqrt{29}}{2})^2 = 0$

$(a-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{29}}{2})(a-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{29}}{2}) = 0$

$a = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{29}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$

ตอบ

$$5. x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$$

วิธีทำ จาก $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

$$(x^2 - 2\sqrt{3}x) + 3 = 0$$

$$(x^2 - 2(x)\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 - \sqrt{3}^2) + 3 = 0$$

$$(x - \sqrt{3})^2 - \cancel{3} + \cancel{3} = 0$$

$$(x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$x = \sqrt{3} \quad \text{ซึ่งเป็นเพียงคำตอบเดียว}$$

ตอบ

$$6. x^2 + 5x + 8 = 0$$

วิธีทำ จาก $x^2 + 5x + 8 = 0$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{5}{2}) + 8 = 0$$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{5}{2}) + (\frac{5}{2})^2 - (\frac{5}{2})^2) + 8 = 0$$

$$(x + \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{4} + \frac{32}{4} = 0 \quad \text{แทน } 8 = \frac{32}{4}$$

$$(x + \frac{5}{2})^2 + \frac{7}{4} = 0$$

$$(x + \frac{5}{2})^2 = -\frac{7}{4} \quad \text{ซึ่งไม่เป็นจำนวนจริง}$$

ดังนั้น 6. ไม่มีคำตอบของสมการ

ตอบ

$$7. 3x^2 - 4x - 1 = 0$$

วิธีทำ จาก $3x^2 - 4x - 1 = 0$

นำ 3 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} = 0$

$$(x^2 - 2(x)(\frac{4}{6}) - \frac{1}{3} = 0$$

$$(x^2 - 2(x)(\frac{4}{6}) + (\frac{4}{6})^2 - (\frac{4}{6})^2 - \frac{1}{3} = 0 \quad \text{โดย } \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$(x - \frac{2}{3})^2 - (\frac{2}{3})^2 - \frac{1}{3} = 0$$

$$(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = 0 \quad \text{โดย } \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

$$(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{7}{9} = 0$$

$$(x - \frac{2}{3})^2 - (\frac{\sqrt{7}}{3})^2 = 0$$

$$(x - \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{7}}{3})(x - \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{7}}{3}) = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \pm \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

ตอบ

$$8. \quad 2y^2 + 2y + 7 = 0$$

วิธีทำ

จาก $2y^2 + 2y + 7 = 0$

นำ 2 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $y^2 + y + \frac{7}{2} = 0$

$$(y^2 + 2y(\frac{1}{2}) + \frac{7}{2}) = 0$$

$$(y^2 + 2(y)(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2) + \frac{7}{2} = 0$$

$$(y + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + \frac{14}{4} = 0 \quad \text{เพราะ } \frac{7}{2} = \frac{14}{4}$$

$$(y + \frac{1}{2})^2 + \frac{13}{4} = 0$$

$$(y + \frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{13}}{2})^2 = 0$$

$$(y + \frac{1}{2})^2 = -(\frac{\sqrt{13}}{2})^2 = -\frac{13}{4} \quad \text{ซึ่งเป็นไปไม่ได้}$$

ดังนั้น สมการในข้อนี้ ไม่มีคำตอบ

ตอบ

$$9. \quad 2t^2 + 8t - 25 = 0$$

วิธีทำ

จาก $2t^2 + 8t - 25 = 0$

นำ 2 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $t^2 + 4t - \frac{25}{2} = 0$

$$(t^2 + 2ct)(2) - \frac{25}{2} = 0$$

$$(t^2 + 2ct)(2) + 2^2 - 2^2 - \frac{25}{2} = 0$$

$$(t+2)^2 - \frac{4}{1} - \frac{25}{2} = 0$$

$$(t+2)^2 - \frac{8}{2} - \frac{25}{2} = 0$$

$$(t+2)^2 - \frac{33}{2} = 0$$

$$(t+2)^2 - (\frac{\sqrt{33}}{2})^2 = 0$$

$$(t+2 + \frac{\sqrt{33}}{2})(t+2 - \frac{\sqrt{33}}{2}) = 0$$

$$t = -2 \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$$

ตอบ

$$10. \quad 10x^2 + 7x - 12 = 0$$

วิธีทำ

จาก $10x^2 + 7x - 12 = 0$

นำ 10 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x^2 + \frac{7}{10}x - \frac{12}{10} = 0$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{7}{20})) - \frac{12}{10} = 0$$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{7}{20}) + (\frac{7}{20})^2 - (\frac{7}{20})^2) - \frac{6}{5} = 0 \quad \text{โดย } \frac{6}{5} = \frac{480}{400}$$

$$(x + \frac{7}{20})^2 - \frac{49}{400} - \frac{480}{400} = 0$$

$$\left(x + \frac{9}{20}\right)^2 - \frac{529}{400} = 0$$

$$\left(x + \frac{9}{20}\right)^2 - \left(\frac{23}{20}\right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{9}{20} + \frac{23}{20}\right)\left(x + \frac{9}{20} - \frac{23}{20}\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{30}{20}\right)\left(x - \frac{16}{20}\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{4}{5}\right) = 0$$

$$x = \frac{4}{5} \text{ หรือ } -\frac{3}{2}$$

ตอบ

11. $2x^2 + 9x + 6 = 0$

วิธีทำ จาก $2x^2 + 9x + 6 = 0$

นำ 2 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x^2 + \frac{9}{2}x + 3 = 0$

$$\left(x^2 + 2(x)\left(\frac{9}{4}\right) + \left(\frac{9}{4}\right)^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2\right) + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{9}{4}\right)^2 - \frac{81}{16} + \frac{48}{16} = 0$$

$$\left(x + \frac{9}{4}\right)^2 - \frac{33}{16} = 0 \quad \text{โดย } \frac{33}{16} = \left(\frac{\sqrt{33}}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{9}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{33}}{4}\right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{9}{4} + \frac{\sqrt{33}}{4}\right)\left(x + \frac{9}{4} - \frac{\sqrt{33}}{4}\right) = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{4} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{4}$$

ตอบ

12. $4x^2 + 3x + 2 = 0$

วิธีทำ จาก $4x^2 + 3x + 2 = 0$

นำ 4 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{2}{4} = 0$

หรือ $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = 0$

$$x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{-23}{64} \quad \text{ซึ่งไม่เป็นความจริง}$$

ดังนั้น สมการในข้อนี้ ไม่มีคำตอบ

ตอบ

13. $-6x^2 + 11x = 4$

วิธีทำ

จาก $-6x^2 + 11x = 4$

ย้ายข้างสมการได้

$$0 = 4 + 6x^2 - 11x$$

หรือ $6x^2 - 11x + 4 = 0$

นำ 6 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x^2 - 11x + \frac{4}{6} = 0$

หรือ $x^2 - 11x + \frac{2}{3} = 0$

$$(x^2 - 2(x)(\frac{11}{2})) + \frac{2}{3} = 0$$

$$(x^2 - 2(x)(\frac{11}{2}) + (\frac{11}{2})^2 - (\frac{11}{2})^2) + \frac{2}{3} = 0$$

$$(x - \frac{11}{2})^2 - \frac{121}{144} + \frac{96}{144} = 0$$

เพราะ $\frac{2}{3} = \frac{96}{144}$

$$(x - \frac{11}{2})^2 - \frac{25}{144} = 0$$

$$(x - \frac{11}{2})^2 - (\frac{5}{12})^2 = 0$$

$$(x - \frac{11}{2} + \frac{5}{12})(x - \frac{11}{2} - \frac{5}{12}) = 0$$

$$(x - \frac{6}{2})(x - \frac{16}{2}) = 0$$

$$(x - \frac{1}{2})(x - \frac{4}{3}) = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ และ } \frac{1}{2}$$

ผล

14. $x^2 + \sqrt{10}x + \frac{5}{2} = 0$

วิธีทำ

จาก $x^2 + \sqrt{10}x + \frac{5}{2} = 0$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{\sqrt{10}}{2}) + \frac{5}{2}) = 0$$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{\sqrt{10}}{2}) + (\frac{\sqrt{10}}{2})^2 - (\frac{\sqrt{10}}{2})^2) + \frac{5}{2} = 0$$

$$(x + \frac{\sqrt{10}}{2})^2 - \frac{10}{4} + \frac{10}{4} = 0$$

$$(x + \frac{\sqrt{10}}{2})^2 = 0$$

$$x = -\frac{\sqrt{10}}{2}$$

ผล

15. $21x + 10 = 9x^2$

วิธีทำ

จาก $21x + 10 = 9x^2$

หรือ $9x^2 = 21x + 10$

$9x^2 - 21x - 10 = 0$

นี่ 9 หารทั้งสองข้างของสมการ

ดังนั้น $x^2 - \frac{21x}{9} - \frac{10}{9} = 0$

หรือ $x^2 - \frac{7x}{3} - \frac{10}{9} = 0$

$(x^2 - 2(x)(\frac{7}{6}) + (\frac{7}{6})^2 - (\frac{7}{6})^2) - \frac{10}{9} = 0$

$(x - \frac{7}{6})^2 - \frac{49}{36} - \frac{10}{9} = 0$

$(x - \frac{7}{6})^2 - \frac{49}{36} - \frac{40}{36} = 0$

$(x - \frac{7}{6})^2 - \frac{89}{36} = 0$

$(x - \frac{7}{6})^2 - (\frac{\sqrt{89}}{6})^2 = 0$

$(x - \frac{7}{6} + \frac{\sqrt{89}}{6})(x - \frac{7}{6} - \frac{\sqrt{89}}{6}) = 0$

$x = \frac{7}{6} \pm \frac{\sqrt{89}}{6} = \frac{7 \pm \sqrt{89}}{6}$

ตอบ

16. $3x^2 = 8x$

วิธีทำ

จาก $3x^2 = 8x$

$3x^2 - 8x = 0$

นี่ 3 หารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x^2 - \frac{8x}{3} = 0$

$x^2 - 2(x)(\frac{4}{3}) = 0$ โดย $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$x^2 - 2(x)(\frac{4}{3}) + (\frac{4}{3})^2 - (\frac{4}{3})^2 = 0$

$(x - \frac{4}{3})^2 - (\frac{4}{3})^2 = 0$

$(x - \frac{4}{3} + \frac{4}{3})(x - \frac{4}{3} - \frac{4}{3}) = 0$

$x(x - \frac{8}{3}) = 0$

$\therefore x = 0$ และ $\frac{8}{3}$

ตอบ

$$17. \quad 9 + 6x - 3x^2 = 0$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 9 + 6x - 3x^2 = 0$$

$$\text{หรือ } -3x^2 + 6x + 9 = 0$$

นำ -1 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 3x^2 - 6x - 9 = 0$$

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 3 \text{ และ } -1$$

ตอบ

$$18. \quad -9x^2 - 7x + 2 = 4x^2 - 3x$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } -9x^2 - 7x + 2 = 4x^2 - 3x$$

$$0 = 4x^2 + 9x^2 - 3x + 7x - 2$$

$$\text{หรือ } 13x^2 + 4x - 2 = 0$$

นำ 13 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x^2 + \frac{4}{13}x - \frac{2}{13} = 0$$

$$\left(x^2 + 2\left(x\right)\left(\frac{2}{13}\right)\right) - \frac{2}{13} = 0$$

$$\left(x^2 + 2\left(x\right)\left(\frac{2}{13}\right) + \left(\frac{2}{13}\right)^2 - \left(\frac{2}{13}\right)^2\right) - \frac{2}{13} = 0$$

$$\left(x + \frac{2}{13}\right)^2 - \frac{4}{169} - \frac{2}{13} = 0$$

$$\left(x + \frac{2}{13}\right)^2 - \frac{4}{169} - \frac{26}{169} = 0$$

$$\left(x + \frac{2}{13}\right)^2 - \frac{30}{169} = 0$$

$$\left(x + \frac{2}{13}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{30}}{13}\right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{2}{13} + \frac{\sqrt{30}}{13}\right)\left(x + \frac{2}{13} - \frac{\sqrt{30}}{13}\right) = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{30}}{13}$$

ตอบ

$$19. \quad 11x^2 - 7x = 10x^2 + 2$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 11x^2 - 7x = 10x^2 + 2$$

$$\text{หรือ } 11x^2 - 10x^2 - 7x - 2 = 0$$

$$x^2 - 7x - 2 = 0$$

$$(x^2 - 2(x)(\frac{7}{2})) - 2 = 0$$

$$(x^2 - 2(x)(\frac{7}{2}) + (\frac{7}{2})^2 - (\frac{7}{2})^2) - 2 = 0$$

$$(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{49}{4} - \frac{8}{4} = 0 \quad \text{เพราะ } 2 = \frac{8}{4}$$

$$(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{57}{4} = 0$$

$$(x - \frac{7}{2})^2 - (\frac{\sqrt{57}}{2})^2 = 0$$

$$(x - \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{57}}{2})(x - \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{57}}{2}) = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{57}}{2}$$

สรุป

$$20. \quad -1\frac{1}{2}x^2 = 1\frac{1}{2}x - 12$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } -1\frac{1}{2}x^2 = 1\frac{1}{2}x - 12$$

$$\frac{-3x^2 - 3x + 12}{2} = 0$$

ถ้า $-\frac{2}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อให้เกิดรูป $1x^2$

(ถ้า $-\frac{3}{2}x^2$ ให้เป็น $1x^2$ ด้วยการคูณด้วย $-\frac{2}{3}$ ทั้งสองข้างของสมการ)

$$\text{จะได้ } (-\frac{2}{3})(-\frac{3}{2}x^2) - (-\frac{2}{3})(\frac{3}{2}x) + (-\frac{2}{3})(12) = 0$$

$$x^2 + x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{1}{2})) - 8 = 0$$

$$(x^2 + 2(x)(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2) - 8 = 0$$

$$(x + \frac{1}{2})^2 - 1 - \frac{32}{4} = 0 \quad \text{เพราะ } 8 = \frac{32}{4}$$

$$(x + \frac{1}{2})^2 - (\frac{\sqrt{33}}{2})^2 = 0$$

$$(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2})(x + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}) = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2} \quad \text{สรุป}$$

หากพิจารณาสมการคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ แล้ว ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ จะได้คำตอบซึ่งเป็นจำนวนจริง ว่า

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

แล้ว คำตอบของสมการ จากการใช้วิธีข้างต้นนี้ จะเห็นไปได้ 3 กรณี คือ

★ กรณีที่ 1 ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ เราจะได้คำตอบ 2 คำตอบ

ตัวอย่างเช่น กำหนดสมการ $24x^2 - 74x + 55 = 0$

ในที่นี้ $a = 24$, $b = -74$ และ $c = 55$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } b^2 - 4ac &= (-74)^2 - 4(24)(55) \\ &= 196 \quad \text{ซึ่ง } 196 > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-74) \pm \sqrt{(-74)^2 - 4(24)(55)}}{2(24)} \\ &= \frac{74 \pm 14}{48} = \frac{88}{48} \quad \text{หรือ } \frac{60}{48} \\ &= \frac{11}{6} \quad \text{หรือ } \frac{5}{4} \end{aligned}$$

ตอบ

นั่นคือ $\frac{11}{6}$ และ $\frac{5}{4}$ เป็นคำตอบของสมการ $24x^2 - 74x + 55 = 0$

★★ กรณีที่ 2 ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ เราจะได้คำตอบ เพียงคำตอบเดียว

ตัวอย่างเช่น กำหนดสมการ $9t^2 - 30t + 25 = 0$

ในที่นี้ $a = 9$, $b = -30$ และ $c = 25$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } b^2 - 4ac &= (-30)^2 - 4(9)(25) \\ &= 900 - 900 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(9)(25)}}{2(9)} \\ &= \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{18} \end{aligned}$$

$$x = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

นั่นคือ $x = \frac{5}{3}$

ตอบ

*** กรณีที่ 3

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$

ในระบบจำนวนจริงแล้ว สมการจะไม่มีคำตอบ

เพราะ $\sqrt{\text{จำนวนจริงลบ}}$ เช่น $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-7.5}$, $\sqrt{-\frac{3}{8}}$ ไม่เป็นจำนวนจริง

ตัวอย่างเช่น กำหนดสมการ $2x^2 + 4x + 5 = 0$

วิธีทำ

ในกรณีนี้ $a = 2$, $b = 4$, $c = 5$

$$\text{จะได้ } b^2 - 4ac = 4^2 - 4(2)(5)$$

$$= 16 - 40 = -24 < 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(2)(5)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{-24}}{4} \quad \text{ซึ่ง } \sqrt{-24} \text{ ไม่เป็นจำนวนจริง}$$

ดังนั้น สมการนี้ ไม่มีคำตอบ

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2

กำหนดสมการ $x^2 - 4x + 13 = 0$

วิธีทำ

ในกรณีนี้ $a = 1$, $b = -4$, $c = 13$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(13)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2} \quad \text{ซึ่ง } \sqrt{-36} \text{ ไม่เป็นจำนวนจริง}$$

ดังนั้น สมการนี้ ไม่มีคำตอบ

ตอบ

จงหาค่า k ที่ทำให้สมการต่อไปนี้มี "หนึ่งคำตอบ"

* สมการมี "หนึ่งคำตอบ" หมายถึง $b^2 - 4ac = 0$

1. $9x^2 + kx + 4 = 0$

วิธีทำ $a = 9$, $b = k$, $c = 4$

ดังนั้น $b^2 - 4ac = 0$

$k^2 - 4(9)(4) = 0$

$k^2 - 144 = 0$

$k^2 = 144$

$k = \sqrt{144} = \pm 12$

ตอบ

2. $kx^2 + 8x + 1 = 0$

วิธีทำ $a = k$, $b = 8$, $c = 1$

ดังนั้น $b^2 - 4ac = 0$

$8^2 - 4k(1) = 0$

$8^2 = 4k$

$k = \frac{(8)(8)}{4}$

$k = 16$

ตอบ

3. $16x^2 - 40x + k = 0$

วิธีทำ $a = 16$, $b = -40$, $c = k$

ดังนั้น $b^2 - 4ac = 0$

$(-40)^2 - 4(16)(k) = 0$

$1600 = 4(16)(k)$

$\therefore k = \frac{16 \times 100}{4 \times 16} = 25$

$\therefore k = 25$

ตอบ

4. $x^2 + (k+6)x + 8k = 0$

วิธีทำ $a = 1$, $b = (k+6)$, $c = 8$

ดังนั้น $b^2 - 4ac = 0$

$(k+6)^2 - 4(1)(8) = 0$

$(k+6)^2 = 32k$

$k^2 + 12k + 36 = 32k$

$k^2 + 12k + 36 - 32k = 0$

$k^2 - 20k + 36 = 0$

$(k-18)(k-2) = 0$

$k = 2$ หรือ 18

ตอบ

จำतीयๆ นะควับทำ

สูตรสำหรับ สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ แล้ว

$$\text{ถ้า } b^2 - 4ac \begin{cases} > 0 & \text{สมการมี 2 คำตอบ} \\ = 0 & \text{สมการมี 1 คำตอบ} \\ < 0 & \text{สมการไม่มีคำตอบ} \end{cases}$$

$$= 64 - 24$$

$$= 40 \quad \text{ซึ่ง } 40 > 0$$

ทำให้ สมการมี 2 คำตอบ

2) $3x^2 + 7x - 1 = 0$

วิธีทำ

$$a = 3, b = 7, c = -1$$

$$b^2 - 4ac = (7)^2 - 4(3)(-1)$$

$$= 49 + 12$$

$$= 61 \quad \text{ซึ่ง } 61 > 0$$

ทำให้ สมการมี 2 คำตอบ

3) $2x^2 + 2x + 7 = 0$

วิธีทำ

$$a = 2, b = 2, c = 7$$

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4(2)(7)$$

$$= 4 - 56$$

$$= -52 \quad \text{ซึ่ง } -52 < 0$$

ทำให้ สมการไม่มีคำตอบ

4) $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

วิธีทำ

$$a = 3, b = -2, c = \frac{1}{3}$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= 4 - 4$$

$$= 0 \quad \text{ซึ่ง } 0 = 0$$

ทำให้ สมการมีหนึ่งคำตอบ

5) $\frac{1}{2}x^2 + x = 5$
วิธีทำ

$$\frac{1}{2}x^2 + x = 5$$

$$\frac{1}{2}x^2 + x - 5 = 0$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 1, c = -5$$

$$\text{แล้ว } b^2 - 4ac = 1^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)(-5)$$

$$= 1 + 10$$

$$= 11 \quad \text{ซึ่ง } 11 > 0$$

ดังนั้น สมการนี้ มีสองคำตอบ

6) $5x^2 = 2x - 1$

วิธีทำ

$$5x^2 = 2x - 1$$

$$5x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$a = 5, b = -2, c = 1$$

$$\text{แล้ว } b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(5)(1)$$

$$= 4 - 20$$

$$= -16 \quad \text{ซึ่ง } -16 < 0$$

ดังนั้น สมการนี้ ไม่มีคำตอบ

7) $4x^2 - 4x - 35 = 0$

วิธีทำ

$$a = 4, b = -4, c = -35$$

$$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(4)(-35)$$

$$= 16 + 560$$

$$= 576 \quad \text{ซึ่ง } 576 > 0$$

ดังนั้น สมการนี้ มีสองคำตอบ

8) $16x^2 - 8x + 1 = 0$

วิธีทำ

$$a = 16, b = -8, c = 1$$

$$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(16)(1)$$

$$= 64 - 64$$

$$= 0 \quad \text{ซึ่ง } 0 = 0$$

ดังนั้น สมการนี้ มีหนึ่งคำตอบ

9) $21x^2 + 9x + 100 = 0$

วิธีทำ

$$a = 21, b = 9, c = 100$$

$$b^2 - 4ac = 9^2 - 4(21)(100)$$

$$= 81 - 8400$$

$$= -8319 \quad \text{ซึ่ง } -8319 < 0$$

ดังนั้น สมการนี้ ไม่มีคำตอบ

$$10) \quad 4x^2 + 68x + 289 = 0$$

วิธีที่

$$a = 4, \quad b = 68, \quad c = 289$$

$$\text{แล้ว } b^2 - 4ac = 68^2 - 4(4)(289)$$

$$= 4,624 - 4,624$$

$$= 0 \quad \text{หรือ } 0 = 0$$

WWW.THAI CADET.ORG

2. จงแก้สมการ โดยใช้สูตร

1) $x^2 - 12x + 11 = 0$

วิธีทำ

$a = 1, b = -12, c = 11$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{144 - 44}}{2}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{12 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{22}{2} = 11 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

ดังนั้น $x = 11$ และ 1

ตอบ

2) $x^2 - 3x - 10 = 0$

วิธีทำ

แยกตัวประกอบได้ $(x^2 - 3x - 10) = (x - 5)(x + 2) = 0$

$x = 5, -2$

แล้ว $a = 1, b = -3, c = -10$

จะได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

ดังนั้น $x = 5$ และ -2

ตอบ

3) $x^2 + 4x + 1 = 0$

วิธีทำ

$a = 1, b = 4, c = 1$

แล้ว $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2}$$

โดย $\sqrt{12} = \sqrt{2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

$$= \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -2 \pm \sqrt{3}$$

ตอบ

$$4) 3p^2 + 2 = 2p$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 3p^2 + 2 = 2p$$

$$3p^2 - 2p + 2 = 0$$

$$a = 3, b = -2, c = 2$$

$$\text{ดังนั้น } p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 24}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{-20}}{6}$$

ซึ่ง $\sqrt{-20}$ ไม่ใช่จำนวนจริง

ดังนั้น สมการนี้ ไม่มีคำตอบ

ตอบ

$$5) 2m^2 = 3m + 14$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 2m^2 = 3m + 14$$

$$2m^2 - 3m - 14 = 0$$

$$a = 2, b = -3, c = -14$$

$$\text{ดังนั้น } m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-14)}}{2(2)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 112}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{121}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm 11}{4} = \begin{cases} \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \\ \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

$$\text{ดังนั้น } m = \frac{7}{2} \text{ และ } -2$$

ตอบ

$$6) 10x^2 = 17x - 3$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 10x^2 = 17x - 3$$

$$10x^2 - 17x + 3 = 0$$

$$a = 10, b = -17, c = 3$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4(10)(3)}}{2(10)}$$

$$= \frac{17 \pm \sqrt{289 - 120}}{20} = \frac{17 \pm \sqrt{169}}{20}$$

$$= \frac{17 \pm 13}{20} = \begin{cases} \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \\ \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\text{จะได้ } x = \frac{3}{2} \text{ และ } \frac{1}{5}$$

ตอบ

$$7) 14t = 1 + 49t^2$$

วิธีทำ

จาก $14t = 1 + 49t^2$

หรือ $49t^2 + 1 = 14t$

$$49t^2 - 14t + 1 = 0$$

$$a = 49, b = -14, c = 1$$

ดังนั้น $t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4(49)(1)}}{2(49)}$$

$$= \frac{14 \pm \sqrt{196 - 196}}{2(49)}$$

$$= \frac{14 \pm \sqrt{0}}{2(49)} = \frac{14 \pm 0}{2(49)} = \frac{14}{1 \cdot 98} = \frac{1}{7}$$

จะได้ $t = \frac{1}{7}$

ตอบ

$$8) 3y^2 = 7y - 3$$

วิธีทำ

จาก $3y^2 = 7y - 3$

หรือ $3y^2 - 7y + 3 = 0$

$$a = 3, b = -7, c = 3$$

ดังนั้น $y = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(3)}}{2(3)}$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 36}}{6}$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$$

ตอบ

$$9) 7x = 2x^2 + 4$$

วิธีทำ

จาก $7x = 2x^2 + 4$

หรือ $2x^2 + 4 = 7x$

$$2x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$a = 2, b = -7, c = 4$$

ดังนั้น $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(4)}}{2(2)}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 32}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$$

ตอบ

$$10) \quad 4 - 4y - 5y^2 = 0$$

วิธีทำ จาก $4 - 4y - 5y^2 = 0$

หรือ $-5y^2 - 4y + 4 = 0$

ถ้า -1 หารทุกเทอมของทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $5y^2 + 4y - 4 = 0$

$$a = 5, \quad b = 4, \quad c = -4$$

ดังนั้น $y = \frac{-4 \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(5)(-4)}}{2(5)}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 80}}{10}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{96}}{10} = \frac{-4 \pm \sqrt{4 \times 4 \times 6}}{10}$$

$$= \frac{-4 \pm 4\sqrt{6}}{10} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{5}$$

ตอบ

WWW.THAIACADEMY.ORG

3. จงแก้สมการต่อไปนี้

1) $2x(x-1) = 3$

วิธีทำ

จาก $2x(x-1) = 3$

$$2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = 2, b = -2, c = -3$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 24}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

ตอบ

2) $5(x+1)^2 = 25$

วิธีทำ

จาก $5(x+1)^2 = 25$

$$5(x^2 + 2x + 1) = 25$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{25}{5} = 5$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$a = 1, b = 2, c = -4$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{5}$$

ตอบ

3) $2(x^2-2) = x$

วิธีทำ

จาก $2(x^2-2) = x$

$$2x^2 - 4 - x = 0$$

$$2x^2 - x - 4 = 0$$

$$a = 2, b = -1, c = -4$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-4)}}{2(2)}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 32}}{4}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

ตอบ

4) $x^2 + 3 = 1\frac{1}{2}x$
วิธีทำ

จาก $x^2 + 3 = \frac{3x}{2}$
 $x^2 - \frac{3x}{2} + 3 = 0$

นำ 2 ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อให้กำจัดรูปเศษส่วน

จะได้ $2x^2 - 3x + 6 = 0$

$a = 2, b = -3, c = 6$

ดังนั้น $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(6)}}{2(2)}$

$= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{-39}}{4}$ โดย $\sqrt{-39}$ ไม่เป็นจำนวนจริง

ดังนั้น สมการจึงนี้ ไม่มีคำตอบ

ตอบ

5) $(2x + \frac{1}{2})x = x$
วิธีทำ

จาก $(2x + \frac{1}{2})x = x$
 $2x^2 + \frac{1}{2}x - x = 0$

$2x^2 - \frac{1}{2}x = 0$

$x(2x - \frac{1}{2}) = 0$

$x = 0$ และ $\frac{1}{2}(\frac{1}{2})$

$x = 0$ และ $\frac{1}{4}$

ตอบ

6) $2m + (m-1)^2 = 1$
วิธีทำ

จาก $2m + (m-1)^2 = 1$

$2m + (m^2 - 2m + 1) - 1 = 0$

~~$2m + m^2 - 2m + 1 - 1 = 0$~~

$m^2 = 0$

$m = 0$

ตอบ

7) $\frac{1}{5}(2x-5)^2 = 116 - x$
วิธีทำ

จาก $\frac{1}{5}(2x-5)^2 = 116 - x$

$(2x-5)^2 = 5(116 - x) = 116 - 5x$

$4x^2 - 2(2x)(5) + 25 = 116 - 5x$

$4x^2 - 20x + 5x + 25 - 116 = 0$

$4x^2 - 15x - 91 = 0$

$a = 4, b = -15, c = -91$

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4(4)(-91)}}{2(4)} = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 1456}}{8} = \frac{15 \pm 41}{8}$

$= \begin{cases} \frac{56}{8} = 7 \\ -26/8 = -13/4 \end{cases}$ ตอบ

$$8) 2p^2 - 3p + \frac{1}{2} = 0$$

วิธีทำ ถ้า 2 ขาดคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 4p^2 - 6p + 1 = 0$$

$$a = 4, b = -6, c = 1$$

$$\text{จะได้ } p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(4)(1)}}{2(4)}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{8}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{20}}{8} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{8}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$$

ตอบ

$$9) 2x(x-5) = 4(10-x)$$

วิธีทำ จาก $2x(x-5) = 4(10-x)$

$$2x^2 - 10x = 40 - 4x$$

$$2x^2 - 10x + 4x - 40 = 0$$

$$2x^2 - 6x - 40 = 0$$

หรือ $x^2 - 3x - 20 = 0$

$$a = 1, b = -3, c = -20$$

$$\text{จะได้ } x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-20)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-20)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 80}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{2}$$

ตอบ

$$10) -\frac{17}{3}(y^2-1) = 8y-1$$

วิธีทำ

จาก $-\frac{17}{3}(y^2-1) = 8y-1$

$$-\frac{17}{3}(y^2-1) = 3(8y-1)$$

$$-17y^2 + 17 = 24y - 3$$

หรือ $0 = 24y - 3 + 17y^2 - 17$

$$17y^2 + 24y - 20 = 0$$

$$a = 17, b = 24, c = -20$$

ดังนั้น $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 - 4(17)(-20)}}{2(17)} = \frac{-24 \pm \sqrt{576 + 1,360}}{34}$$

$$= \frac{-24 \pm \sqrt{1,936}}{34} = \frac{-24 \pm 44}{34}$$

$$= \begin{cases} \frac{20}{34} = \frac{10}{17} \\ \frac{-68}{34} = -2 \end{cases}$$

ตอบ

★ หน้า ๘๒ “ เกี่ยวข้องกันอย่างไร ? ”

กำหนดสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวที่ $a \neq 0$

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ จงหา

1) ผลบวกของคำตอบของสมการ

ตอบ เมื่อ $b^2 - 4ac > 0$

ตัวนั้นสมการมี 2 คำตอบ คือ $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ และ $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\text{และทำให้ } \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) + \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

$$= \left(\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) + \left(\frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

$$= \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-b}{2a} - \frac{b}{2a} = 2 \left(\frac{-b}{2a} \right) = \frac{-b}{a}$$

ตอบ

2) ผลคูณของคำตอบของสมการ

ตอบ เมื่อ $b^2 - 4ac > 0$

$$\text{แล้ว } \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

$$= \frac{1}{2a} \left((-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2a} (b^2 - (b^2 - 4ac))$$

$$= \frac{1}{2a} (b^2 - b^2 + 4ac)$$

$$= \frac{4ac}{2a} = 2c$$

ตอบ

$$\text{โดย } \begin{cases} \text{หน้า} = -b \\ \text{หลัง} = \sqrt{b^2 - 4ac} \\ (\text{หน้า} + \text{หลัง})(\text{หน้า} - \text{หลัง}) \\ = (\text{หน้า})^2 - (\text{หลัง})^2 \end{cases}$$

คำตอบที่ได้จากข้อ 1 และข้อ 2 เกี่ยวข้องกับสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ที่

- หากเป็นรูปผลบวก จะพิจารณาในรูปของ ค่าคงที่ a และ b
- ในกรณีที่ ในรูปผลคูณ จะพิจารณาตามตัวแปร c เท่านั้น

ตอบ

3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง คือการแปลงประโยคคำถามจากโจทย์ ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือสมการ-
- พหุนามดีกรีสอง แล้วแก้สมการนั้นๆ เพื่อหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนสองจำนวนรวมกันเท่ากับ 22 และถ้ายกกำลังสองของแต่ละจำนวนแล้ว คูณรวมกัน
จะเท่ากับ 274 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

เมื่อ โจทย์ กำหนดให้ เงินสองจำนวนรวมกัน

เมื่อจำนวนหนึ่ง คือ x

อีกจำนวนหนึ่งจะต้องเป็น $22 - x$

$$\text{และจะทำให้ } x^2 + (22 - x)^2 = 274$$

$$x^2 + (22^2 - 2(22)(x) + x^2) = 274$$

$$x^2 + (484 - 44x + x^2) = 274$$

$$2x^2 - 44x + 210 = 0$$

$$\text{หรือ } x^2 - 22x + 105 = 0$$

$$\text{ในที่นี้ } a = 1, b = -22, c = 105$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-22) \pm \sqrt{(-22)^2 - 4(1)(105)}}{2(1)}$$

$$= \frac{22 \pm \sqrt{484 - 420}}{2}$$

$$= \frac{22 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$= \frac{22 \pm 8}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

แสดงว่า $x = 15$ หรือ $x = 7$

ซึ่งเมื่อจำนวนแรกคือ 15, จำนวนที่สอง จึงเป็น $22 - 15 = 7$

$$\text{และ } 15^2 + 7^2 = 225 + 49 = 274$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านหนึ่ง ยาวกว่าสามเท่าของอีกด้านหนึ่งอยู่ 5 cm และ -
- มีพื้นที่ 138 cm^2 จงหาความยาวของแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

วิธีทำ

ถ้า ด้านกว้าง ยาว x cm

ดังนั้น ด้านยาว ที่ยาวกว่าสามเท่าของ x อยู่ 5 cm

คือ $3x + 5$ cm

และ พื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ $x(3x + 5) = 138$

$$3x^2 + 5x - 138 = 0$$

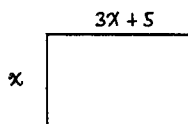
เมื่อ $a = 3, b = 5, c = -138$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(3)(-138)}}{2(3)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1656}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{1681}}{6}$$

$$= \frac{-5 \pm 41}{6} = \begin{cases} \frac{-5+41}{6} = \frac{36}{6} = 6 \checkmark \\ \frac{-5-41}{6} = \frac{-46}{6} = -\frac{23}{3} \end{cases}$$



จากการคำนวณ $x = 6$ และ -23

เนื่องจาก ระยะทาง / ความยาว ไม่มีติดลบ (ไม่เป็นจำนวนจริงลบ)

ดังนั้น ความกว้างของสี่เหลี่ยม = 6 cm

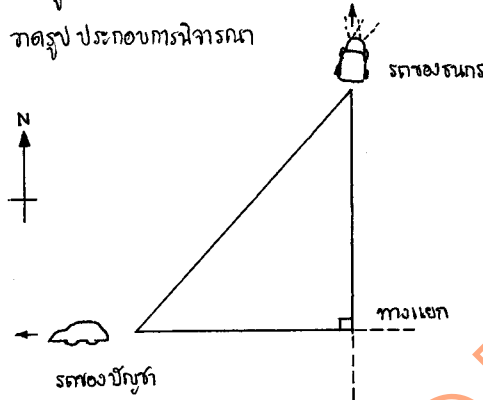
และทำให้ความยาวของสี่เหลี่ยม = $3x + 5$

$$= 3(6) + 5 = 18 + 5 = 23 \text{ cm}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 บัญชา กับ ชนกร ขับรถมาพบกันที่ทางแยกหนึ่ง แล้ว บัญชาขับรถไปทางทิศตะวันตก ในขณะที่ชนกรขับรถไปทางทิศเหนือ ดังรูป เมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง ชนกรขับรถได้ระยะทางมากกว่า บัญชา 20 km และอยู่ห่างกัน 100 km จงหาว่า บัญชาและชนกร ขับรถได้ระยะทางจากทางแยกเท่าไร

วิธีทำ



ถ้า บัญชา ขับรถได้ระยะทาง x km

ชนกร จะขับรถได้ระยะทาง $x + 20$ km

และระยะทางที่รถทั้งสองห่างกัน เท่ากับ 100 km

ด้วยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$100^2 = x^2 + (x + 20)^2$$

$$10,000 = x^2 + (x^2 + 40x + 400)$$

$$\text{หรือ } x^2 + x^2 + 40x + 400 = 10,000$$

$$2x^2 + 40x + 400 - 10,000 = 0$$

$$2x^2 + 40x - 9,600 = 0$$

$$\text{หรือ } x^2 + 20x - 4,800 = 0$$

$$(x - 60)(x + 80) = 0$$

$$\therefore x = 60 \text{ และ } -80$$

✓

เนื่องจาก ระยะทางไม่มีติดลบ

ดังนั้น $x = 60$ km

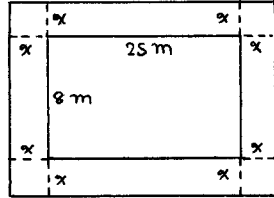
ทำให้ จากสี่แยกแล้ว บัญชาขับรถเป็นระยะทาง 60 km

และ ชนกร ขับรถเป็นระยะทาง $60 + 20 = 80$ km

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4

สมัครงานหน่วยงานนี้ ต้องการสละช่วยนี้ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีขนาดกว้าง 8 ม ยาว 25 ม และให้สละทางเดินรอบสละช่วยนี้ ซึ่งปูด้วยกระเบื้องทางเดิน มีความกว้างเท่ากันโดยตลอด ถ้าบริเวณที่จะสร้างสละช่วยนี้รวมทางเดิน มีพื้นที่ 434 m^2 จงหาว่า ทางเดินรอบสละช่วยนี้ กว้างเท่าไร
วิธีทำ ทรูปประกอบการวิจารณ์ได้ ดังนี้



กำหนดให้ ทางเดินรอบสละช่วยนี้ กว้าง x m
ความกว้างของที่ดิน เป็น $8 + 2x$ m
ความยาวของที่ดิน เป็น $25 + 2x$ m
พื้นที่ของที่ดิน 434 m

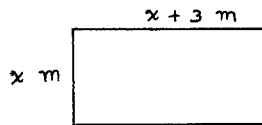
จะได้สมการเป็น $(8 + 2x)(25 + 2x) = 434$
 $2(4 + x)(25 + 2x) = 434$
 $(4 + x)(25 + 2x) = \frac{434}{2} = 217$
 $100 + 25x + 8x + 2x^2 = 217$
 $2x^2 + 33x + 100 - 217 = 0$
 $2x^2 + 33x - 117 = 0$
จะได้ $a = 2, b = 33, c = -117$
จะได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $= \frac{-33 \pm \sqrt{33^2 - 4(2)(-117)}}{2(2)}$
 $= \frac{-33 \pm \sqrt{1,089 + 936}}{4}$
 $= \frac{-33 \pm \sqrt{2,025}}{4}$
 $= \frac{-33 \pm 45}{4}$
 $= \begin{cases} \frac{-33 + 45}{4} = \frac{12}{4} = 3 \quad \checkmark \\ \frac{-33 - 45}{4} = \frac{-78}{4} = -\frac{39}{2} \end{cases}$

เนื่องจาก ระยะทาง ต้องเป็นจำนวนจริงบวกเท่านั้น ค่า $-\frac{39}{2}$ m จึงใช้ไม่ได้
ดังนั้น ทางเดินรอบสละช่วยนี้ กว้าง 3 เมตร

ตอบ

แบบฝึกหัด 3.3

1. มีพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ 180 ตารางเมตร ด้านยาวกว่าด้านกว้าง 3 เมตร ห้องเรียนนี้ กว้างและยาวกี่เมตร
วิธีทำ หารูปประกอบการพิจารณาได้ ดังนี้



กำหนดให้ สี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านกว้าง x เมตร
ดังนั้น มันจะมีด้านยาว $x + 3$ เมตร

ซึ่ง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม = กว้าง \times ยาว
 $180 = x(x + 3)$

หรือ $x(x + 3) = 180$
 $x^2 + 3x - 180 = 0$

$(x + 15)(x - 12) = 0$

$x = 12$ และ -15 เมตร

เนื่องจาก ระยะทาง ต้องเป็นจำนวนจริง บวก เท่านั้น

ทำให้ $x = 12$ เมตร

แสดงว่า สี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 12 เมตร

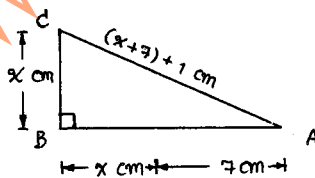
และ ยาว $12 + 3 = 15$ เมตร

ตอบ

2. กำหนด $\triangle ABC$ ที่ \hat{C} เป็นมุมฉาก AB ยาวกว่า BC อยู่ 7 cm และ AC ยาวกว่า AB อยู่ 1 cm จงหาความยาวของ AB , BC และ AC ตามลำดับ

วิธีทำ

หารูปประกอบการพิจารณาได้ ดังนี้



โจทย์กำหนดให้ AB ยาวกว่า BC อยู่ 7 cm

แสดงว่า ถ้า BC ยาว x cm

แล้ว AB จะยาว $x + 7$ cm

และเมื่อ AC ยาวกว่า AB อยู่ 1 cm

ดังนั้น AC ยาว $AB + 1 = (x + 7) + 1 = x + 8$ cm

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$(x + 8)^2 = (x + 7)^2 + x^2$

$(x + 8)^2 - (x + 7)^2 = x^2$

$(x + 8 + x + 7)(x + 8 - (x + 7)) = x^2$

$(2x + 15)(1) = x^2$

หรือ $0 = x^2 - 2x - 15$

กลับข้างซ้าย \leftrightarrow ขวา จะได้ ;

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x-5)(x+3) = 0$$

$$x = 5 \text{ และ } -3 \text{ cm}$$

เนื่องจาก ความยาว ต้องเป็นจำนวนจริงบวกเท่านั้น

$$\text{ดังนั้น } x = 5 \text{ cm}$$

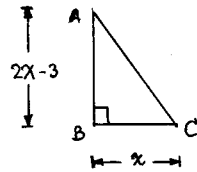
$$\text{แก้โจทย์ที่ } AB = x + 7 = 5 + 7 = 12 \text{ cm}$$

$$BC = x = 5 \text{ cm}$$

$$AC = (x+7) + 1 = (5+7) + 1 = 13 \text{ cm}$$

ตอบ

3. $\triangle ABC$ มีพื้นที่ 52 cm^2 มีความสูงน้อยกว่าสองเท่าของความยาวของฐาน BC อยู่ 3 cm จงหาความยาวของฐาน BC วิธีทำ



กำหนดให้ ฐาน BC ยาว $x \text{ cm}$

ดังนั้น สองเท่าของ $BC = 2x \text{ cm}$

และ AB ยาว น้อยกว่าสองเท่าของ BC อยู่ 3 cm

ดังนั้น AB ยาว $2x - 3 \text{ cm}$

เมื่อ $\triangle ABC$ มีพื้นที่ 52 cm^2

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{2} \times BC \times AB = 52$$

$$BC \times AB = 2 \times 52 = 104$$

$$x(2x-3) = 104$$

$$2x^2 - 3x - 104 = 0$$

• กรณีนี้นี้

$$a = 2, b = -3, c = -104$$

ดังนั้น

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-104)}}{2(2)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 832}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{841}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm 29}{4} = \begin{cases} \frac{3+29}{4} = \frac{32}{4} = 8 \\ \frac{3-29}{4} = \frac{-26}{4} = -\frac{13}{2} \end{cases}$$

เนื่องจาก ความยาว ไม่เป็นจำนวนจริงลบ

$$\text{ดังนั้น } BC \text{ ยาว} = x \text{ cm}$$

$$= 8 \text{ cm}$$

ตอบ

4. ผลคูณของจำนวนเต็มบวก สองจำนวนเรียงติดกัน เป็น 675 จงหาจำนวนที่ สองจำนวนนั้น
วิธีทำ

ถ้าพิจารณาจำนวนเต็มบวก สองจำนวน เรียงติดกัน

เช่น 3 และ 5 แล้ว

$$\text{จำนวนที่ } 3 = 3$$

$$\text{และ } 5 = 3 + 2$$

แสดงว่า ถ้าจำนวนที่น้อยกว่า เป็น x

จำนวนที่มากกว่า ต้องเป็น $x + 2$

และจากเงื่อนไขของโจทย์ ทำให้ $x(x+2) = 675$

$$x^2 + 2x - 675 = 0$$

กรณีนี้ $a = 1, b = 2, c = -675$

$$\text{และทำให้ } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-675)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2,700}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{52 \times 52}}{2} = \frac{-2 \pm 52}{2}$$

$$= \begin{cases} \frac{-2 + 52}{2} = \frac{50}{2} = 25 \\ \frac{-2 - 52}{2} = \frac{-54}{2} = -27 \end{cases}$$

เนื่องจาก โจทย์ กำหนดให้ เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง -27 ไม่ใช่

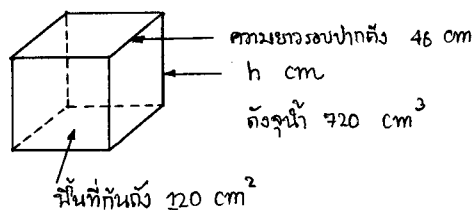
ดังนั้น จำนวนที่น้อยกว่า คือ $x = 25$

และ จำนวนที่มากกว่า คือ $x + 2 = 25 + 2 = 27$

ตอบ

5. ถังเก็บน้ำ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่ง มีพื้นที่ก้นถัง เป็น 120 cm^2 ความยาวรอบปากถัง 46 cm
ถ้าถังใบนี้จุน้ำได้ 720 ลูกบาศก์เดซิเมตร จงหาขนาดภายในของถังใบนี้
วิธีทำ

วาดรูปประกอบการพิจารณาได้ ดังนี้

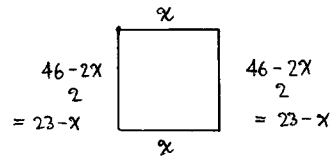


$$\text{ปริมาตรถัง} = \text{พื้นที่ก้น} \times \text{สูง}$$

$$720 = 120 \times h$$

$$h = \frac{720}{120} = 6 \text{ cm}$$

พิจารณา พื้นที่ผืนผ้าถึง



ถ้า ความยาวรอบปากถึง = 46 cm

เมื่อ ความกว้าง = x cm

ดังนั้น ความยาวแต่ละด้าน = $\frac{46-2x}{2} = 23-x$ cm

จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ;

- ความยาวรอบปากถึง $2x + 2(23-x) = 46$

$2x + 46 - 2x = 46$

$46 = 46$ จริง

- พื้นที่ปากถึง = พื้นที่กันดั้ม ;

$120 = x(23-x)$

$120 = 23x - x^2$

หรือ $x^2 - 23x + 120 = 0$

$(x-15)(x-8) = 0$

$x = 8$ และ 15

ถ้า ด้านกว้าง = $x = 8$ cm

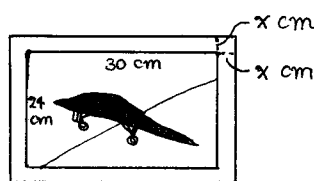
ด้านยาว = $23-x = 23-8 = 15$ cm

ตอบ

6. กรอบรูปไม้สักสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 24×30 cm² พื้นที่โดยรอบของส่วนที่เป็นไม้สักด้านหน้าของกรอบรูปเท่ากับ 496 cm² จงหาว่า ไม้ที่ทำการกรอบรูปกว้างเท่าไร

วิธีทำ

วาดรูปประกอบการพิจารณาได้ ดังนี้



พื้นที่รูปรวมกรอบ = $(24 \times 30) + 496$

$= (30+2x)(24+2x)$

$720 + 496 = 2(15+x)(2)(12+x)$

$1,216 = 4(x+15)(x+12)$

$(x+15)(x+12) = \frac{1,216}{4} = 304$

$x^2 + 15x + 12x + 180 = 304$

$x^2 + 27x + 180 - 304 = 0$

$x^2 + 27x - 124 = 0$

$(x+31)(x-4) = 0$

$x = 4$ และ -31

โดยที่ ความยาว ต้องไม่เป็นจำนวนจริงลบ ทำให้ -31 ไร้ประโยชน์

ดังนั้น $x = 4$ cm

ตอบ

note: $x^2 + 27x - 124 = 0$

$a=1, b=27, c=-124$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-27 \pm \sqrt{27^2 - 4(1)(-124)}}{2(1)}$

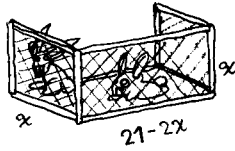
$= \frac{-27 \pm \sqrt{729 + 496}}{2}$

$= \frac{-27 \pm \sqrt{1,225}}{2} = \frac{-27 \pm 35}{2}$

$= \left\{ \frac{-27+35}{2} = \frac{8}{2} = 4 \right.$

$\left. \frac{-27-35}{2} = \frac{-62}{2} = -31 \right\}$

7. นิรมนใจต้องการสร้างกรงกระต่ายให้วิจิที่ SS ตารางเมตร ติดกับรั้วบ้าน ดังรูป
ถ้าความยาวของด้านทั้งสองของกรงกระต่ายรวมกันเป็น 21 เมตร
จงหาความกว้าง และ ความยาว ของกรงกระต่ายนี้



วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{ความยาวของด้านทั้งสองของกรงกระต่ายรวมกัน} &= 21 \text{ เมตร} \\
 \text{เส้นดิ่งทำ} &= 2(\text{กว้าง}) + \text{ยาว} = 21 \text{ เมตร} \\
 \\
 \text{แล้ว} &(\text{กว้าง}) \times (\text{ยาว}) = 55 \text{ ม}^2 \\
 &(x)(21-2x) = 55 \\
 &21x - 2x^2 - 55 = 0 \\
 \text{นำ } -1 \text{ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ} & \\
 \text{จะได้} &2x^2 - 21x + 55 = 0 \\
 &(2x - 11)(x - 5) = 0 \\
 &x = 5 \text{ และ } \frac{11}{2} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

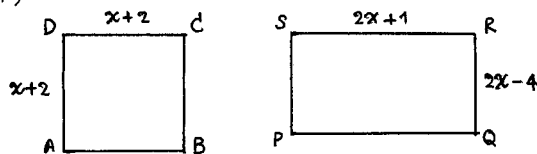
► เมื่อ $x = 5 \text{ cm}$
 ดังนั้น ความกว้าง = 5 cm และ ความยาว = $21 - 2(5) = 21 - 10 = 11 \text{ cm}$

► เมื่อ $x = \frac{11}{2} \text{ cm}$
 ดังนั้น ความกว้าง = $\frac{11}{2} \text{ cm}$ และ ความยาว = $21 - 2(\frac{11}{2}) = 21 - 11 = 10 \text{ cm}$

แสดงว่า นิรมนใจ สามารถสร้างกรงกระต่าย ได้ 2 รูปแบบข้างต้น

ตอบ

8. รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ABCD และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก PQRS วิจิที่เท่ากัน และมีพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูป (กำหนดหน่วยความยาวเป็น cm)



วิธีทำ

เมื่อพื้นที่ □ จตุรัส ABCD = พื้นที่ □ สี่เหลี่ยม PQRS
 ดังนั้น $(x+2)(x+2) = (2x-4)(2x+1)$

$$x^2 + 4x + 4 = 4x^2 - 8x + 2x - 4$$

หรือ $4x^2 - 6x - 4 = x^2 + 4x + 4$

$$4x^2 - x^2 - 6x - 4x - 4 - 4 = 0$$

$$3x^2 - 10x - 8 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 4) = 0$$

$$x = 4, -\frac{2}{3} \text{ cm}$$

เมื่อ ความยาว เป็นจำนวนจริงลบไม่ได้ ดังนั้น $x = 4 \text{ cm}$

ดังนั้น สี่เหลี่ยมจตุรัส ยาวด้านละ $x+2 = 4+2 = 6 \text{ cm}$

สี่เหลี่ยมสี่เหลี่ยม กว้าง $2x-4 = 2(4)-4 = 4 \text{ cm}$, ยาว $2x+1 = 2(4)+1 = 9 \text{ cm}$

ตอบ

$$x^2 + (36 - x)^2 = 680$$

$$x^2 + (36^2 - 2(36)(x) + x^2) = 680$$

$$x^2 + 1,296 - 72x + x^2 - 680 = 0$$

$$2x^2 - 72x + 616 = 0$$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้าง ของสมการ

$$จะได้ \quad x^2 - 36x + 308 = 0$$

ใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ ;

$$\underbrace{x^2 - 2(x)(18) + 18^2}_{\text{กำลังสอง สมบูรณ์}} - 18^2 + 308 = 0$$

กำลังสอง สมบูรณ์

$$(x - 18)^2 - 324 + 308 = 0$$

$$(x - 18)^2 - 16 = 0$$

$$(x - 18)^2 - 4^2 = 0$$

$$(x - 18 + 4)(x - 18 - 4) = 0$$

$$(x - 14)(x - 22) = 0$$

$$x = 14 \text{ และ } 22 \text{ m}$$

แทนค่า $x = 14$ และ 22 m ใน (2)

$$\triangleright \text{ จาก } y = 36 - x$$

$$= 36 - 14 = 22$$

$$\triangleright \text{ จาก } y = 36 - x$$

$$= 36 - 22 = 14$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \text{พื้นที่เล็ก} = x^2 = 14^2 = 196 \text{ m}^2$$

$$\text{พื้นที่ใหญ่} = y^2 = 22^2 = 484 \text{ m}^2$$

ตอบ