

บทที่ 1
อสมการ (Inequality)

1-1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เราลองตีความหมายของอสมการดู

- อสมการ คือประโยคทางคณิตศาสตร์ ที่ ไม่ใช่ เครื่องหมาย =
ดังนั้น เครื่องหมายที่มองเห็น จะเป็น $\neq, >, \geq, <, \leq$ เป็นต้น
- ความเป็นเชิงเส้น (linear) หมายถึง เราสามารถเขียนสมการเป็นกราฟเส้นตรงได้
- ตัวแปรเดียว คือตัวไม่ทราบค่าที่มีอยู่เพียงตัวเดียว เราสามารถให้มันเงินตัวอะไรก็ได้ เช่น a, b, c, x, y, z เป็นต้น

สังเกตอสมการต่อไปนี้

๑ $2x + 5 > 7$ ถ้าแทน $x = 10$ จะได้ $2(10) + 5 > 7$
 $25 > 7$ ซึ่งเป็นจริง

๒ $1.5m - 3 \neq 2$ ถ้าแทนค่า $m = 4$ จะได้ $1.5(4) - 3 \neq 2$
 $6 - 3 \neq 2$
 $3 \neq 2$ ซึ่งไม่เป็นจริง

แสดงว่า " คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการแล้ว ก็ให้อสมการเป็นจริง "

★ มาดูวิธีแก้สมการ กันครับ

Ex1 จงหาคำตอบของ $x \geq 7$
 จาก $x \geq 7$
 $\therefore x = 8, 9, 10, \dots$ หรือเลขใดๆ ที่มากกว่า 7
 x อาจเป็น $7.000001, 7.00005, 7.29, \dots$ ก็ได้
 $\therefore x$ คือ จำนวนจริง (Real no.) ทุกตัวที่มีค่ามากกว่า 7 Ans

Ex2 จงหาคำตอบของ $a \neq 30$
 $\therefore a$ เป็น เลขจำนวนจริง ใดๆก็ได้ ที่ $\neq 30$
 เช่น $a = -2, 0, 5, 7, 29, 29.5, 29.999, 30.0001, 30.05, 30.998, 31, 39, \dots$ etc. Ans

★ Ex3 เริ่มดูวิธีแก้สมการ ด้วย การย้ายข้าง และ แทนค่า
 จงหาค่า m เมื่อ $m + 1 < m + 2$
 จาก $m + 1 < m + 2$
 มันก็ต้องเป็นจริงอยู่แล้ว เพราะถ้าบวกจำนวนใดๆ (หรือ m) ด้วย 1
 ค่านั้น ย่อมน้อยกว่า การบวกจำนวนนั้น ๆ กับ 2
 $\therefore m$ เป็นจำนวนจริงใดๆ ก็ได้ Ans

Ex 1 จงหาค่า x ที่ $x - 2 > x$

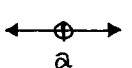
ลองคิดดูว่า ถ้าเรามีเงินอยู่ x แล้วลบออกด้วย 2
 ค่าของมันต้องลดลง ใช้ใหม่ด้วย (ลบไป = 2)
 แต่ที่ ทำให้ $x - 2$ มากกว่าตัวมันเอง [$x - 2 > x$] ซึ่งเงินไปไม่ได้
 ∴ ไม่มีจำนวนจริงใดที่แทนค่าใน x แล้วทำให้อสมการเป็นจริง


Ans

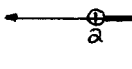
∴ จากกรณีคำตอบของสมการข้างต้นนั้น

- คำตอบมีบางจำนวน เช่น Ex 1 และ Ex 2
- คำตอบเงินจำนวนหรือทุกจำนวน เช่น Ex 3
- ไม่มีคำตอบสักจำนวน เช่น Ex 4

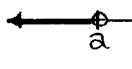
ที่นี้ ลองมองดูเส้นจำนวน นะครับ เส้นจำนวน คือเส้นตรง ทิศซ้ายสุดที่ $-∞$; ทิศขวาสุดที่ $+∞$ [นึกง่าย ๆ ว่าไม่มีที่สิ้นสุด (unlimited defined no.) นั่นเอง] และ จำนวนทางขวามือ มีค่ามากกว่าจำนวนทางซ้ายมือเสมอ

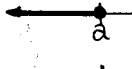
 กรณีนี้ คือ ไม่รวมค่า a [วงกลมโปร่ง , ไม่ทึบ]

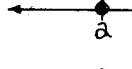
 กรณีนี้ คือ รวมค่า a [วงกลมทึบ]
 และทำให้ x เงินคำตอบของอสมการแล้ว

 กรณีนี้ คือ $x > a$

 กรณีนี้ คือ $x \geq a$

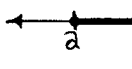
 กรณีนี้ คือ $x < a$

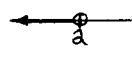
 กรณีนี้ คือ $x \leq a$

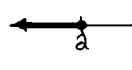
 และกรณีนี้ คือ $x = a$ ซึ่งเป็นสมการครับ (เหมาะใช้เครื่องหมาย =)

 และแน่นอนว่า นี่คือ $x \neq a$ ครับ

 นี่คือ $a < x < b$

 นี่คือ $a \leq x \leq b$

 นี่คือ $x < a$ หรือ $x > b$

 นี่คือ $x \leq a$ หรือ $x \geq b$

น้อง ๆ ลองสังเกตคำตอบจาก Ex 5 และ Ex 6 ในหน้า 6 ได้เนาะครับ

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงเขียนประโยคสัญลักษณ์ ทอดคิดในตาราง สำหรับแต่ละประโยคต่อไปนี้ (ให้ x แทนจำนวนหนึ่ง)

[ให้นำเครื่องหมายคำตอบมาขีด ส่วนใจทศจากในหนังสือตนเอง]

1) $3x + 6 < 20$

2) $3x \leq 18$ [ไม่เกิน 18 แปลงเท่ากับ 18 ก็ได้]

3) $x + 7 \geq 25$ [ไม่น้อยกว่า 25 \geq]

4) $\frac{3x}{15} \neq 105$

5) $\frac{3(x-2)}{4} < 40$ [ไม่ถึง 40 $<$]

6) $2(x-4) < 5(x+8)$

7) $\frac{3x}{4} + 8 \leq 15$ [ไม่เกิน 15 คือ ≤ 15]

ตอบ

2) จงเขียนกราฟ แสดงคำตอบของสมการ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $x \geq 18$ 

2) $a < -3$ 

3) $n \leq 12$ 

4) $x \neq 20$ 


5) $18 \leq x < 24$ 

ตอบ


3) กราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้ แสดงจำนวนใดบ้าง


1)  $x > -2$

2)  $x \leq 8$

3)  $x < 15$

4)  $x \neq 6$

5)  $10 < x < 30$

6)  $-150 \leq x < 50$

ตอบ

1.2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

* การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ" นั่นเอง

สมบัติการบวก (ด้วยจำนวนที่เท่ากัน) ของสมการ

เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

- 1) ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
เช่น $3 < 20$ แล้ว $3 + 4 < 20 + 4$
- 2) ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$
เช่น $-3 \leq 5$ แล้ว $-3 + (-7) \leq 5 + (-7)$
หรือ $-10 \leq -2$
- 3) ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
เช่น $-2 > -5$ แล้ว $-2 + 8 > -5 + 8$
หรือ $6 > 3$
- 4) ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$
เช่น $-20 \geq -23$ แล้ว $-20 + (-18) \geq -23 + (-18)$
 $-38 \geq -41$

" จะเห็นว่า ไม่ว่า a, b และ c จะเป็นจำนวนจริงบวก หรือ จำนวนจริงลบ กฎข้างต้นจะยังคงถูกต้องเสมอ "

และนี่เอง จะเจอบทที่ว่า " สมมูล " ซึ่งแสดงถึงความเท่ากันของสมการ

เช่น $x - 4 < 25$ สมมูลกับ $x < 29$
 $3m + 8 < 4$ สมมูลกับ $m < -\frac{4}{3}$ เป็นต้น

★ จะเห็นว่า หากเป็นการ $+/-$ นั้น การแก้สมการ จะเหมือนกับแก้สมการ ทุกประการ

★ แต่ หากเป็นการคูณ (หรือหาร) ด้วยจำนวนจริงลบ มันไม่เป็นแบบนี้ครับ

เช่น $-4 < 8$
แต่ $(-4) \times (-2) > 8 \times (-2)$
เพราะ $8 > -16$

สังเกตว่า มีการกลับเครื่องหมาย < เป็น > เมื่อมีการคูณทั้งสองข้างของสมการ ด้วยจำนวนจริงลบ

แท้จริงแล้ว สมบัติการคูณของสมการได้ ดังนี้
ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ แล้ว

- ★ ถ้า c เป็นจำนวนจริงบวก (เช่น $c = 2$) และ a & b เป็นจำนวนจริงใดๆ (+ ก็ได้, - ก็ได้)
- 1) ถ้า $a > b$ แล้ว $ac > bc$ เช่น $3 > 1 \therefore 3(2) > 1(2)$
 - 2) ถ้า $a \geq b$ แล้ว $ac \geq bc$ เช่น $3 \geq 3 \therefore 3(2) \geq 3(2)$
 - 3) ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$ เช่น $-3 < -1 \therefore -3(2) < -1(2)$
 - 4) ถ้า $a \leq b$ แล้ว $ac \leq bc$ เช่น $-3 \leq -0.5 \therefore -3(2) \leq -0.5(2)$

กรณีนี้ ยังเหมือนกับแก้สมการนะครับ

เพราะตัวคูณ (ค่า c) เป็นจำนวนจริงบวก เครื่องหมายของสมการจึงยังไม่เปลี่ยนแปลง

★ แต่ ถ้า c เป็นจำนวนจริงลบ เช่น -2 เมื่อมีการคูณ หรือการหาร ด้วย จำนวนนี้

ต้องมีการเปลี่ยนเครื่องหมาย ของอสมการทันที

ถ้า c = จำนวนจริงลบ เช่น = (-2) แล้ว

5) ถ้า $a > b$ แล้ว $ac < bc$ เช่น $3 > 1$ แล้ว $3(-2) < 1(-2)$
 เพราะ $-6 < -2$

6) ถ้า $a \geq b$ แล้ว $ac \leq bc$ เช่น $-4 \geq -7$ แล้ว $-4(-2) \leq -7(-2)$
 เพราะ $8 \leq 14$

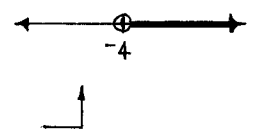
7) ถ้า $a < b$ แล้ว $ac > bc$ เช่น $-3 < 8$ แล้ว $-3(-2) > 8(-2)$
 เพราะ $6 > -16$

8) ถ้า $a \leq b$ แล้ว $ac \geq bc$ เช่น $\frac{1}{12} \leq \frac{1}{3}$ แล้ว $\frac{1}{12}(-2) \geq \frac{1}{3}(-2)$
 เพราะ $-\frac{1}{6} \geq -\frac{2}{3}$
 หรือ $-\frac{1}{6} \geq -\frac{4}{6}$ เป็นต้น

note การหารด้วยจำนวนจริงใดๆ เช่น "การหารด้วย c" หมายถึง "การคูณด้วย $\frac{1}{c}$ " นั้นเอง

(หน้า 13) Ex 3 จงแก้สมการ $3x - 6 > -18$

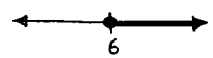
Sol ข้าย่าง -6 ครบ จาก $3x - 6 > -18$
 $3x > -18 + 6$
 $3x > -12$
 แล้ว ข้าย่าง 3 ; $x > -\frac{12}{3}$
 $x > -4$



สังเกตว่า เราข้าย่างได้ เครื่องหมายไม่เปลี่ยน เพราะ ตัวเลขที่คูณกับ x เป็นจำนวนจริงบวก ตอบ

Ex 4 จงแก้สมการ $3x + 1 \geq 7 + 2x$

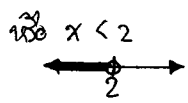
Sol จาก $3x + 1 \geq 7 + 2x$
 นำ $2x$ มาลบทั้งสองข้าง ของสมการ
 $3x + 1 - 2x \geq 7 + 2x - 2x$
 $x + 1 \geq 7$
 ข้าย่างตัวเลข ; $x \geq 7 - 1$
 $x \geq 6$



ตอบ

Ex 5 จงแก้สมการ $11(x - 2) < -x + 2$

Sol คูณ 11 เข้าไปครับ ; $11x - 22 < -x + 2$
 + ด้วย x ทั้งสองข้างของสมการ คือกำจัด -x ด้านขวามือ ;
 $11x - 22 + x < -x + 2 + x$
 $12x - 22 < 2$
 $12x < 2 + 22$
 $x < \frac{24}{12}$ หรือ $x < 2$ ตอบ



Ex 6 จงแก้สมการ $5(x-4) > 6(2x+2)$

Sol นำ 5 และ 6 คูณเข้าไปในวงเล็บเลขด้วย ;

$$5x - 20 > 12x + 12$$

ย้าย $5x$ ไปลบ $-20 > 12x - 5x + 12$

$$-20 > 7x + 12$$

หรือ $7x + 12 < -20$

$$7x < -20 - 12$$

$$x < \frac{-32}{7}$$

หรือ จะคิดที่ จาก $5x - 20 > 12x + 12$

$$5x - 12x - 20 > 12x - 12x + 12$$

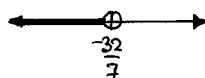
$$-7x - 20 > 12$$

$$-7x > 12 + 20$$

* นำ $-\frac{1}{7}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ เครื่องหมาย > ถูกเปลี่ยนเป็น <

$$(-7x) \cdot \frac{1}{7} < 32 \cdot \frac{1}{7}$$

$$x < \frac{-32}{7} \text{ เช่นกัน}$$



ตอบ

Ex 7 จงแก้สมการ $\frac{x}{3} + 1 \leq 3x + 4$

Sol ย้ายข้าง ตัวหนึ่งมาอยู่ด้วยกัน ตัวเลขก็อยู่ด้วยกัน

$$\frac{x}{3} - 3x \leq 4 - 1$$

$$\frac{x - 9x}{3} \leq 3$$

$$\frac{-8x}{3} \leq 3$$

$$\therefore x \geq \frac{3(3)}{-8}$$

$$x \geq \frac{-9}{8}$$

มีมากกว่า $-\frac{8x}{3} \leq 3$

$$-8x \leq 3(3)$$

$$-8x \leq 9$$

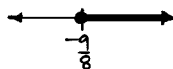
แล้วนำ $-\frac{1}{8}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

เครื่องหมาย < ถูกเปลี่ยนเป็น > หันที่

$$-8x \left(-\frac{1}{8}\right) \geq 9 \left(-\frac{1}{8}\right)$$

$$x \geq \frac{-9}{8} \text{ นั่นเองครับ}$$

ตอบ



Ex 8 จงแก้สมการ $\frac{2x+5}{3} \geq 3x+2$

Sol จาก $\frac{2x+5}{3} \geq 3x+2$

ย้าย 3 ไปคูณด้านบน ; $2x+5 \geq 3(3x+2)$

$$2x+5 \geq 9x+6$$

ย้าย $2x$ ไปลบออกข้างขวา $+5 \geq 9x - 2x + 6$

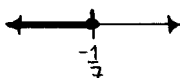
$$+5 \geq 7x + 6$$

หรือ $7x + 6 \leq 5$

$$7x \leq 5 - 6$$

$$x \leq \frac{-1}{7}$$

นั่นเอง



สังเกตครับว่า ;
ถ้าเราย้าย $9x$ มาลบทางด้านซ้าย
คือ
 $2x - 9x \geq 6 - 5$
 $-7x \geq 1$
∴ $(-7x) \left(\frac{1}{-7}\right) \leq 1 \left(\frac{-1}{7}\right)$
 $x \leq \frac{-1}{7}$
กรณีนี้ ต้องเปลี่ยน > เป็น < ครับ

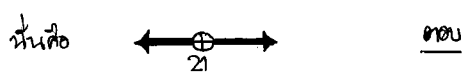
ตอบ

Ex 9 จงแก้สมการ $x + 15 \neq 36$

Sol กรณี \neq แก่สมการง่าย ครับ ไม่ต้องกังวลเรื่องการเปลี่ยนเครื่องหมาย เมื่อต้องคูณด้วยจำนวนจริงลบ

คิดอะไร \neq ก็คูณอะไร = นั่นแหละครับ

$$\begin{aligned} \text{จาก } x + 15 &\neq 36 \\ x &\neq 36 - 15 \\ x &\neq 21 \end{aligned}$$



Ex 10 จงแก้สมการ $\frac{4}{5}x \neq -20$

Sol จาก $\frac{4}{5}x \neq -20$
 $4x \neq -20(5)$

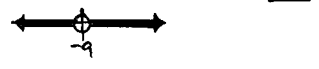
$$\begin{aligned} x &\neq \frac{-100}{4} \\ x &\neq -25 \quad \text{นั่นเอง} \end{aligned}$$



Ex 11 จงแก้สมการ $\frac{3x+1}{2} \neq \frac{7x-2}{5}$

Sol กรณีเป็นเศษส่วน ด้านใดด้านหนึ่ง หรือทั้งสองด้าน ให้กำจัดเศษ/ส่วน [ตัวส่วน] เป็นอันดับแรกครับ ด้วยวิธี ขยายกันไปคูณ (ขยายข้างละครับ)

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{3x+1}{2} &\neq \frac{7x-2}{5} \\ \therefore 5(3x+1) &\neq 2(7x-2) \\ 15x+5 &\neq 14x-4 \\ 15x-14x &\neq -4-5 \\ x &\neq -9 \end{aligned}$$



Ex 12 จงแก้สมการ $\frac{3}{2}(4x-3) \neq 17x+2$

Sol เห็นเศษส่วน ต้องกำจัดมันก่อนครับ ;

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{3}{2}(4x-3) &\neq 17x+2 \\ 3(4x-3) &\neq 2(17x+2) \\ 12x-9 &\neq 34x+4 \end{aligned}$$

แล้ว ขยายข้าง ได้ ; $12x-34x \neq +4+9$
 $-22x \neq 13$

$x \neq \frac{-13}{22}$ \rightarrow การนำ -22 ไปคูณ เมื่อค่า x ไม่ทำให้ \neq เปลี่ยนแปลงระดับ



หน้า 18

ได้ทั้งสองคน คิดถูกหรือไม่? [คำว่า "จริงใจ" หมายถึง "ไม่เป็นจริงเสมอไป"]

note:

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ แล้ว

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$
 "จริงใจ" แต่จริงก็จริงได้หา กรณี $c > 0$
 ถ้า $c < 0$ แล้ว $ac > bc$ ครับ ดูจากตัวอย่างที่ EX 3 → EX 8

2. ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$
 "จริงใจ" แต่จริงก็จริงได้หา ครับ
 ถ้า a หรือ b เป็นจำนวนเต็มลบ เช่น $a = -3$ และ $b = -1$
 $-3 < -1$ จริง แต่ $(-3)^2 > (-1)^2$ นะครับ
 เพราะ $9 > 1$

3. ถ้า $a^2 < b^2$ แล้ว $a < b$
 "จริงใจ" แต่จริงก็จริงได้หา
 ดูตัวอย่างข้อ 2. ข้างต้น

4. ถ้า $a < b$ แล้ว $c - a > c - b$
 ลองพิจารณาดูนะ ถ้า $a = -4$; $b = -1$ ∴ $-4 < -1$
 แล้ว กรณีที่ 1 ; $c = 2$ (จำนวนจริงบวก)
 $2 - (-4) > 2 - (-1)$
 $6 > 3$ จริง

กรณีที่ 2 ; $c = -2$ (จำนวนจริงลบ)
 $-2 - (-4) > -2 - (-1)$
 $-2 + 4 > -2 + 1$
 $2 > -1$ จริงเช่นกัน

จริงๆ แล้ว พิสูจน์โดยทั่วไป หมายความว่า $a < b$
 นำ (-1) ไปคูณทั้งสองข้างของอสมการ จะได้ $-a > -b$
 แล้ว นำ c ไปบวกทั้งสองข้าง มันก็คือ $-a + c > -b + c$
 หรือ $c - a > c - b$ นั่นเองครับ

5. ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 - c^2 < b^2 - c^2$
 กรณีนี้ เราไม่ต้องสนใจว่า c เป็น R+ หรือ R- เพราะ เมื่อเป็น c^2 ค่าจะเป็น R+ อยู่แล้ว

ถ้า $a = -5$; $b = -1$; $c = -2$
 ∴ $(-5)^2 - (-2)^2 < (-1)^2 - (-2)^2$
 $25 - 4 < 1 - 1$
 ★ $21 < 0$ เป็นเท็จ

∴ ข้อนี้ ไม่เป็นจริงเสมอไป

note มันจะเป็นจริง เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก (R+)

6. จับผิดข้อ 6. คับ หาก ค้ $a \neq b$ แล้ว $a^2 \neq b^2$

ถ้า $a = 3$ และ $b = (-3)$ แล้ว

$$3 \neq -3 \text{ จริง}$$

$$\text{แต่ } 3^2 = (-3)^2$$

$$\text{เพราะ } 9 = 9$$

∴ มันไม่จริงเสมอไป คับ

สังเกตไว้ว่า :

1. อสมการ จากค่า อสมการ นิดหนึ่ง

2. การย้ายข้าง แก้อสมการ ใช้รูปแบบเดียวกับ การย้ายข้าง แก้อสมการ ทุกประเภท

3. เมื่ออสมการมีเครื่องหมาย $>, \gg, <, \ll$

ให้เปลี่ยน เป็นเครื่องหมายตรงข้ามทุกตัว เมื่อมีเครื่องหมายคูณด้วยจำนวนจริงลบ

4. จัดรูปอสมการให้ง่าย (Simplify the inequality)

ก่อนแก้ อสมการ นะคับ

★ ที่สำคัญ อ่านหนังสือเยอะๆ ทำแบบฝึกหัดเยอะๆ

ช่วยได้มาก เพื่อนๆ คับ ★

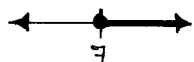
THAI CADET

แบบฝึกหัด 1.2

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟ ผลลัพธ์คำตอบ

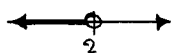
1) $x + 5 \geq 12$

Sol จาก $x + 5 \geq 12$
 $x \geq 12 - 5$
 $x \geq 7$

ตอบ

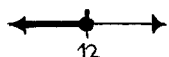
2) $10 - a > 8$

Sol จาก $10 - a > 8$
 $-a > 8 - 10$
 $-a > -2$
 $\therefore (-1)(-a) < (-1)(-2)$
 $a < 2$

ตอบ

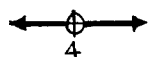
3) $\frac{c}{2} - 1 \leq 5$

Sol ข้าย้ายก่อน คูณด้วย 2 นะครับ
 $\frac{c}{2} \leq 5 + 1$
 $c \leq 6(2)$
 $c \leq 12$

ตอบ

4) $\frac{x}{4} + 2 \neq 3$

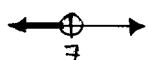
Sol ทำเหมือนข้อ 3) ทั้งนะครับ
 $\frac{x}{4} \neq 3 - 2$
 $x \neq 1(4)$
 $x \neq 4$

ตอบ

5) $3(m-1) < 18$

Sol ข้าย้าย 3 ออกไปก่อนครับ

จาก $3(m-1) < 18$
 $m-1 < \frac{18}{3}$
 $m-1 < 6$
 $m < 6 + 1$
 $m < 7$

note : สังเกตว่า ถ้าเป็น $-m - 1 < 6$ แล้ว

$-m < 7$

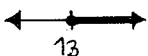
$m > -7$

ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายครับ!

ตอบ

6) $\frac{x+1}{2} \geq 7$

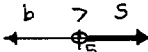
Sol $\frac{x+1}{2} \geq 7$
 $x+1 \geq 7(2)$
 $x \geq 14-1$
 $x \geq 13$



ตอบ

7) $b+4 < 2b-1$

Sol $b+4 < 2b-1$
 หรือ $2b-1 > b+4$
 $2b-b > 4+1$
 $b > 5$

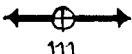


note: เช่นในหนังสือทำ แต่ข้อข้างการพิจารณา
 ก็ไม่ต้อง พลิกเครื่องหมายแล้วสิ

ตอบ

8) $\frac{x+1}{8} \neq 14$

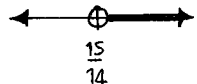
Sol $\frac{x+1}{8} \neq 14$
 $x+1 \neq 14(8)$
 $x \neq 112-1$
 $x \neq 111$



ตอบ

9) $5n-3 > \frac{1}{3}n+2$

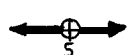
Sol $5n-3 > \frac{1}{3}n+2$
 ย้ายข้าง ตัวเองอยู่กับตัวเอง ตัวแปรอยู่กับตัวแปร ;
 $5n - \frac{1}{3}n > 2+3$
 $\frac{14}{3}n > 5$
 $n > \frac{3(5)}{14}$
 $n > \frac{15}{14}$



ตอบ

10) $0.7a \neq 0.3a + 2$

Sol จาก $0.7a \neq 0.3a + 2$
 $0.7a - 0.3a \neq 2$
 $0.4a \neq 2$
 $a \neq \frac{2}{0.4}$
 $a \neq \frac{1}{0.2} \quad \left[\frac{1}{0.2} = \frac{1}{\frac{2}{10}} = \frac{10}{2} = 5 \right]$
 $a \neq 5$



ตอบ

2. จงแก้สมการต่อไปนี้ [*note ถ้า $a > b$ แล้ว $b < a$]

1) $2x - 7 > 45$

Sol จาก $2x - 7 > 45$
 $2x > 45 + 7$
 $x > \frac{52}{2}$
 $\therefore x > 26$ ตอบ

2) $-2x - 10 > 5x + 4$

Sol จาก $-2x - 10 > 5x + 4$
 * เสิร์นใหม่ได้ว่า $5x + 4 < -2x - 10$
 $5x + 2x < -10 - 4$
 $7x < -14$
 $x < \frac{-14}{7}$
 $x < -2$ ตอบ

3) $2(x - 15) \leq -(3x + 5)$

Sol จาก $2(x - 15) \leq -(3x + 5)$
 $2x - 30 \leq -3x - 5$
 $2x + 3x \leq -5 + 30$ → สังเกตว่า การย้ายข้างไม่ใช่การคูณด้วยจำนวนจริงลบ ดังนั้น - เครื่องหมายจะสลับเปลี่ยน แปลง
 $5x \leq 25$
 $x \leq \frac{25}{5}$
 $x \leq 5$ ตอบ

5) $24x - 4.5 < 15(x + 0.3)$

Sol จาก $24x - 4.5 < 15(x + 0.3)$
 ถ้า 15 คูณเข้าไปในวงเล็บเลยด้วย
 $24x - 4.5 < 15x + 4.5$
 $24x - 15x < 4.5 + 4.5$
 $9x < 9$
 $\therefore x < 1$ ตอบ

4) $-\frac{2}{3}x \geq x + 5$

Sol จาก $-\frac{2}{3}x \geq x + 5$
 $-\frac{2}{3}x - x \geq 5$
 $-\frac{5x}{3} \geq 5$ $\implies \left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{5x}{3}\right) \leq 5\left(-\frac{3}{5}\right)$
 $\therefore x \leq \frac{5(3)}{(-5)}$ $\implies < \implies$ ต้องเปลี่ยน \geq เป็น \leq
 $x \leq -3$ ตอบ

6) $\frac{3x+2}{8} \neq \frac{3x+5}{2}$

Sol $\frac{3x+2}{8} \neq \frac{3x+5}{2}$

$$\frac{3x}{8} - \frac{3x}{2} \neq +5 - 2$$

$$3x \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2} \right) \neq 3$$

$$\cancel{3x} \left(-\frac{3}{8} \right) \neq \cancel{3}$$

$$x \neq -\frac{8}{3} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

7) $\frac{x+1}{4} \geq 8$

Sol $\frac{x+1}{4} \geq 8$

$$x+1 \geq 8(4)^{32}$$

$$x \geq 32-1$$

$$x \geq 31 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

8) $\frac{2}{3}(2x+1) \leq \frac{1}{6}(10x-3)$

Sol แก้ไขข้อผิดพลาด โดยย้ายตัวส่วนทั้งสองข้างไปคูณกับค่าของตัวตรงข้าง

$$(6)[2(2x+1)] \leq 3(10x-3)$$

$$12(2x+1) \leq 3(10x-3)$$

$$4(2x+1) \leq 10x-3$$

$$8x+4 \leq 10x-3$$

★ หรือ $10x-3 \geq 8x+4$

$$10x-8x \geq 4+3$$

$$2x \geq 7$$

$$x \geq \frac{7}{2}$$

$$x \geq 3.5 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

9) $3\left(\frac{m-7}{2}\right) \leq -2\left(\frac{m+6}{3}\right)$

Sol ย้ายทั้งสมการ ทำจัดเลข/ส่วน

จะได้ $(3)(3)(m-7) \leq (2)(-2)(m+6)$

$$9(m-7) \leq (-4)(m+6)$$

$$9m-63 \leq -4m-24$$

$$9m+4m \leq -24+63$$

$$13m \leq 39$$

$$m \leq \frac{39}{13}$$

$$m \leq 3 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

10) $5(x-11) + \frac{2}{3} < 2(x-4) + 1$

Sol ข้ายำรวมมร นำตัวเลขไปอยู่ด้วยกัน ชุด (term) ตัวแปรไปอยู่ด้วยกัน

จะได้ $5(x-11) - 2(x-4) < 1 - \frac{2}{3}$

$5x - 55 - 2x + 8 < \frac{1}{3}$

$5x - 2x < \frac{1}{3} - 8 + 55$

$3x < 47 + \frac{1}{3}$

$3x < \frac{142}{3}$

$x < \frac{142}{3} \times \frac{1}{3}$

$x < \frac{142}{9}$ ตอบ

11) $\frac{3x+2}{2} - 7 \neq x - 8$

Sol ข้ายำก่อนลบ กับ ก่อนคูณตัวส่วน (เลข 2 ซึ่งเป็นเศษส่วน)

กน $\frac{3x+2}{2} - 7 \neq x - 8$

$\frac{3x+2}{2} \neq x - 8 + 7$

$3x+2 \neq 2(x-1)$

$3x+2 \neq 2x-2$

$3x-2x \neq -2-2$

$x \neq -4$ ตอบ

12) $2x + 3x \neq 4x + 5x$

Sol กน $2x + 3x \neq 4x + 5x$

$5x \neq 4x + 5x$

หรือ $4x \neq 0$

นั่นคือ $x \neq 0$ ตอบ



จงหาคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1) $x - 2 < x - 3$

นั่นคือ $x - x < -3 + 2$

$0 < -1$ ซึ่งเป็นเท็จ

∴ ไม่มีคำตอบของอสมการครับ

2) $2a > 2a - 1$

หรือ $2a - 2a > -1$

$0 > -1$

∴ a เป็นจำนวนจริงใดๆ เป็นเลขอะไรก็ได้ครับ

3) $b - 2 < b + 1$

หรือ $b - b < 1 + 2$

$0 < 3$ จริง

∴ b คือ จำนวนจริงใดๆ ก็ได้ครับ

และ

4) $2y > y$

หรือ $\frac{2y}{y} > 1$

$2 > 1$ จริง

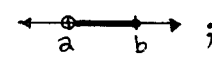
∴ y คือ จำนวนจริงใดๆ ก็ได้ครับ

ตอบ

1.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว

รูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาอสมการ เหมือนกับ การแก้โจทย์ปัญหาสมการนั้นแหละครับ เพียงแต่ ต้องต้องใช้ เครื่องหมาย $\neq, >, \gg, <$ และ \leq เท่านั้น

วิธีการระดับ ง่าย ๆ ทำตามขั้นตอนต่อไปนี้ครับ

- 1) อ่านโจทย์เลย หาสิ่งที่เป็น " โจทย์ให้อะไรมาบ้าง " และ " โจทย์ถามอะไร "
- * 2) หาสิ่งที่โจทย์ให้ และสิ่งที่โจทย์ถาม มาเขียน "อสมการ" "สิ่งที่โจทย์ให้" มักเป็น ตัวเลข เปรียบกันหาค่า สิ่งที่โจทย์ถาม ให้เป็น ตัวแปร ครับ
- * 3) เขียนอสมการ ด้วยเครื่องหมาย $\neq, >, \gg, <$ หรือ \leq ตัวใดตัวหนึ่ง (หรืออาจใช้ 2 ตัว ในกรณีเช่นนี้  ; $a < x \leq b$)
- * 4) แก้สมการ หากคำตอบ
- 5) (ถ้ามีเวลา เช่น ทำการบ้าน & แบบฝึกหัด) ให้ตรวจคำตอบว่าเราทำถูกด้วยหรือไม่

* จุดขาด คือ ข้อ 2) 3) และ 4) ครับ เพราะถ้าตีความหมายผิด \rightarrow เขียน อสมการผิด \rightarrow ก็ได้คำตอบที่ผิด

* ความสับสน ไม่รู้ว่า โจทย์บอกมาอย่างนี้ ต้องใช้เครื่องหมายอะไร

! สละเวลา 3 นาที อ่านทำความเข้าใจตรงนี้ครับ !

โจทย์	ถ้าใจว่ามันเป็นแบบนี้ (จริงๆ แหะ "ผิด")	ต้องเป็นแบบนี้ ถึงจะถูก	หมายเหตุ
a) มีเงินไม่เกิน 3 บาท (ไม่เกิน = ไม่มากกว่า)	$x \leq 3$ หรือ $x < 3$	$x \leq 3$	ไม่เกิน คือ น้อยกว่า หรือเท่ากับ
b) มีเงินไม่น้อยกว่า 1 บาท	$x \geq 1$ $x > 1$ $x \neq 1$ (ไปกินใหญ่แล้ว)	$x \geq 1$	ไม่น้อยกว่า คือ มากกว่า หรือเท่ากับ
c) เงินมีจำนวนอย่างน้อย 1,000 U.S.D.	→ " อย่างน้อย คือ มากกว่า หรือเท่ากับ ตามความเหมือนข้อ b) ข้างบน ←		
d) บอว่ามีแมวไม่น้อยกว่า 8 ตัว แต่จะไม่เกิน 20 ตัว	$x \leq 8$ และ $x \geq 20$ (งง ซัดๆ)	$8 \leq x \leq 20$	ไม่น้อยกว่า คือ \geq ไม่เกิน คือ \leq

* อย่างง ! เห็นคำว่า "ไม่น้อยกว่า" อย่าวเขียน $<$ หรือเขียน $<$ แล้วไม่รู้จะเขียนอะไรต่อ (เพราะงง!)
 เห็นคำว่า "ไม่เกิน" จำไว้ว่า มันคือ "ไม่มากกว่า" และความหมายของ "ไม่เกิน" คือ \leq
อย่างง จนนวมัดกับการตีความภาษาไทยครับ

★ อย่าลืม 5 ขั้นตอน และ คำแนะนำ ★ จุดยาก เพื่อแก้สมการ
★ คณิตสับสน

Ex 1 ป๋องซื้อน้ำดื่มขวดมาขาย 200 ขวด เป็นเงิน 1,200 บาท ขายน้ำขวดเล็กราคาขวดละ 5 บาท ขายน้ำขวดกลางราคาขวดละ 8 บาท เมื่อขายหมดได้กำไรมากกว่า 250 บาท อยากรบว่า ป๋องซื้อน้ำขวดเล็กมาขายอย่างมากกี่ขวด

วิธีทำ โจทย์บอกตัวเลขมาเยอะแยะ แต่สิ่งที่โจทย์ต้องการรู้คือ น้ำดื่มขวดเล็ก มีจำนวนกี่ขวด
เราจึงกำหนดให้ น้ำดื่มขวดเล็ก มีจำนวน x ขวด
และ ถ้า เราซื้อน้ำดื่มทั้งหมด (จากการซื้อ) 200 ขวด ดังนั้น น้ำดื่มขวดกลาง (ที่ไม่เล็ก) = $200 - x$ ขวด
เพราะ $200 =$ ขวดเล็ก + ขวดกลาง
 $200 = x + (200 - x)$ นั่นเอง

และ เพราะการค้าขาย ต้องมีกำไรไหมครับ ?

กำไรจริงเกิดจาก ราคาขาย - ต้นทุน = กำไร

แต่โจทย์บอกอีกว่า ขายหมด ได้กำไรมากกว่า 250 บาท

แสดงว่า ราคาขาย - ต้นทุน > 250

เมื่อทุกอย่างงนพร้อม เรามาตั้งสมการกันเลยดีกว่า

จาก ราคาขาย - ต้นทุน > 250

[(น้ำขวดเล็ก \times ราคา) + (น้ำขวดกลาง \times ราคา)] - 1,200 > 250

[$(x \times 5) + (200 - x) \times 8$] - 1,200 > 250

$5x + (1,600 - 8x) > 250 + 1,200$

$5x - 8x + 1,600 > 1,450$

$-3x > 1,450 - 1,600$

$-3x > -150$

นำ (-1) มนคูณทั้งสองข้างของสมการ ; $>$ ถูกเปลี่ยนเป็น $<$

$(-1)(-3x) < (-1)(-150)$

$3x < 150$

$x < \frac{150}{3}$

$x < 50$

แสดงว่า ป๋องซื้อน้ำขวดเล็กมา น้อยกว่า 50 ขวด (อาจเป็น 49 ขวด , 48 , 47 , ... หรือเท่าใดก็ตาม - ที่ไม่เป็น 49 ขวด แต่ให้มี 49.5 ขวดนะด้วย ^_^)

นี่คือคำตอบที่ถูกต้อง ตามหนังสือ หน้า 21 ครับ

ตอบ

Ex 2 มินมีเงินสะสมอยู่จำนวนหนึ่ง ปล่อยให้เงินเป็นเงินต่อ 600 บาท วันรุ่งขึ้น มินซื้ออาหารกลางวันและขนม เป็นเงิน 420 บาท มินคำนวณแล้ว ซื้อหรือเงินไม่น้อยกว่า สิ่งหนึ่งของเงินของมิน และเงินที่ปล่อยให้รวมกัน จงหาว่า เดิม มินมีเงินสะสมอยู่ที่บาท (ไม่น้อยกว่า คือ \geq นะครับ ไม่ใช่ $<$)

วิธีทำ

เช่นเคย โจทย์ถามว่า เดิมที่ มินมีเงินกี่บาท กำหนดให้เงิน x บาท

อันไหนแล้ว รู้ว่า มีส่วนของ เงินเก่า , เงินรับใหม่ และเงินจ่ายออก

$$\text{รูปแบบเป็นแบบนี้ครับ} \Rightarrow (\text{เงินเก่าของมิน}) + (\text{เงินใหม่ที่ได้รับ}) - (\text{ค่าอาหารสัตว์}) \geq \frac{1}{2} (\text{เงินเก่าของมิน} + \text{เงินใหม่ที่ได้รับ})$$

จึงเขียน เป็นอสมการได้ว่า

$$x + 600 - 420 \geq \frac{1}{2}(x + 600)$$

หรือ

$$(x + 180)(2) \geq x + 600 \quad (\text{ย้าย 2 ไปคูณ})$$

$$2x + 360 \geq x + 600$$

แล้วย้ายข้าง

$$2x - x \geq 600 - 360$$

$$x \geq 240$$

เพื่อ x แทนเงินเก่าของมิน และ $x \geq 240$

ดังนั้น มินมีเงินสะสม อย่างน้อย 240 บาท (อย่างน้อย คือ ไม่น้อยกว่า หรือ \geq ครับ) ตอบ

Extremely confused !

Ex 3

สามเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่ง มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 จำนวนเต็มบวกนั้น เป็นจำนวนใดบ้าง (ไม่เกิน คือ \leq นะครับ ไม่ใช่ $<$)

วิธีทำ

กำหนดให้ จำนวนเต็มบวก จำนวนหนึ่ง = x

และคำว่า สามเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่ง มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 นั้น

★ อย่าสับสน เป็น $3x > 15$ ไม่เกิน 9

หรือ $3x > 15 \leq 9$ นะครับ ผิดเต็ม ๆ !

เพราะที่ถูกต้อง คือ $3x - 15 \leq 9$

แล้วแก้สมการ $3x \leq 9 + 15$

$$3x \leq 24$$

$$x \leq \frac{24}{3} \quad \text{หรือ} \quad x \leq 8$$

ทีนี้ ถามว่า x จะเป็น 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, ... หรือ $x \leq 8$ ได้ทั้งหมดหรือไม่ ?

ลองแทนค่า $x = (-1)$ สิครับ ; $3(-1) - 15 \leq 9$
 $-18 \leq 9$

แต่ โจทย์ ก็บอกเงื่อนไขด้วยว่า มากกว่า 15 แต่ไม่เกิน 9

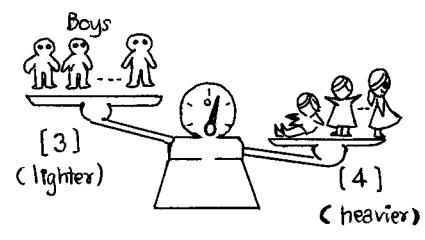
$\therefore 3x > 15$ หรือ $x > \frac{15}{3} \Rightarrow x > 5$

$\therefore 5 < x \leq 8$ ทำให้ x เป็นได้แค่ 6, 7, 8 นั่นเอง

ตอบ

Ex 4 ในห้องเรียนห้องหนึ่ง อัตราส่วนของน้ำหนักรวมของ นร.ชาย ทุกคน ต่อ น้ำหนักรวมของ นร.หญิง ทุกคน เป็น 3 : 4 ถ้า นน.รวมของ นร.ชายทุกคน = 787.5 kg แล้ว นน.เฉลี่ยของ นร.หญิง แต่ละคน จะน้อยกว่า 50 kg ออกทบทว่า นร.หญิง ในห้องนี้ มีอย่างน้อยกี่คน

วิธีทำ ตูมถาน วมให้เท่ากันด้วย



เปรียบเทียบกับน้ำหนักรวม นร.ชาย : นร.หญิง
 $\Rightarrow 3 : 4$
 $\Rightarrow 787.5 : x$
 เขียนเป็นอัตราส่วนได้ ว่า $\frac{3}{4} = \frac{787.5}{x}$ เมื่อ $x =$ น้ำหนักรวม นร.หญิงทั้งหมด
 $\therefore x = 787.5 \times \frac{4}{3}$
 $x = 1,050 \text{ kg.}$

ถ้า นักเรียนหญิง แต่ละคนหนักน้อยกว่า 50 kg และมีจำนวน n คน (สมมติว่า $n \geq 1$ คน)
 ถ้าเงินสมการ เราจะได้เลขที่ $50n = 1,050$
 ผลหารเงินสมการ และเงื่อนไขของโจทย์ คือ "มีอย่างน้อยกี่คน"

\therefore เราต้องตั้งสมการเป็น $50n \geq 1,050$
 $\therefore n \geq \frac{1,050}{50}$
 $n \geq 21$

แสดงว่า ต้องมีนักเรียนหญิงอย่างน้อย 21 คน (ใช่ไหม?)
 ลองคิดดูว่า ถ้ามี 21 คน น้ำหนักรวม จะไม่ถึง 1,050 (เพราะแต่ละคนหนักเฉลี่ย < 50 kg)

\therefore สมการที่ถูกต้อง คือ $50n > 1,050$
 $\therefore n > 21$
 หรือ $n = 22, 23, 24, \dots$ คน เป็นต้นไป

สังเกตว่า ถ้าโจทย์ มีเงื่อนไขมากกว่า 1 ; ต้องต้องตรวจคำตอบด้วยครับ เฉลย

Exs จำนวนเต็มบวกสองจำนวนต่างกันอยู่ 8 ถ้านำ 3 เท่าของจำนวนน้อย บวกกับจำนวนมาก จะได้ผลบวกมากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68 จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อยคือจำนวนใด

วิธีทำ ก้าวที่สำคัญที่สุด คือก้าวแรกครับ เราต้องเริ่มให้ถูกต้อง
★ หลายคน เริ่มแบบนี้ครับ ; ให้จำนวนน้อย = a
ให้จำนวนมาก = b

เมื่อโจทย์บอกว่า ทั้งสองจำนวนต่างกันอยู่ 8 ก็แปลว่า $b - a = 8$ ใช่ไหมครับ
แล้วอ่านต่ออีก จากโจทย์เลยเขียนได้ว่า $48 < b + 3a \leq 68$

ซึ่ง มันก็ดูน่าเศร้า ! แต่ ถูกต้อง 50 % !
หมายเหตุ เขากำลังเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้น และตัวแปรเดียวครับ

★ ★ แม้ตัวแปรจะไม่ถูก แต่รูปแบบถูกต้องครับนั่นคือ $48 < (\text{ตัวมาก}) + (3 \times \text{ตัวน้อยเท่า}) \leq 68$
∴ ถ้าจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า คือ x
เราจะได้ จำนวนเต็มบวกที่มากกว่า คือ $x + 8$

แท้จริงแล้วอสมการได้ว่า

$$48 < (x + 8) + (3x) \leq 68$$
$$48 < x + 8 + 3x \leq 68$$
$$48 < 4x + 8 \leq 68$$

นี่ 8 ไปลบทั้งอสมการ ; $48 - 8 < 4x + 8 - 8 \leq 68 - 8$
 $40 < 4x \leq 60$

นี่ 4 ไปหารทั้งอสมการ ; $\frac{40}{4} < \frac{4x}{4} \leq \frac{60}{4}$
 $10 < x \leq 15$

แสดงว่า จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อย อาจเป็นเลข 11, 12, 13, 14 หรือ 15 ตอบ

Note : ระวังกว้างที่สุด ถ้าอสมการติดอยู่ในรูป สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร เป็นจำนวนจริงลบ

เช่น $10 < -x \leq 15$
ถ้าเห็นแบบนี้ น้องเอา (-1) คูณทั้งอสมการ แล้วเปลี่ยนเครื่องหมาย ;
มันจะกลายเป็นแบบนี้ครับ ; จาก $10 < -x \leq 15$
 $(-1)(10) > (-1)(-x) \geq 15(-1)$] เปลี่ยนเครื่องหมายทันที
กลายเป็น $-10 > x \geq -15$

แต่เขียน $-10 > x \geq -15$ มันดูแปลกๆ ใช่ไหมครับ เราต้องสลับการตั้งนระครับ

จาก $-10 > x \geq -15$ กลายเป็น $-15 \leq x < -10$
สังเกตว่า คณนพจน์เหมือนเดิมทุกประการครับ แต่รูปแบบการตั้งนระกลับ

หมายเหตุนั้น สำนักรับคนที่ยังไม่ถึงขั้นเขียน (แบบต้องดูอุปนิสัย ถึงจะมาได้)

รวมทั้งนี้ด้วย ต้องทำแบบนี้ ครับ ;

สมมติว่า ; จาก $10 < -x \leq 15$

แยกเป็น	$10 < -x$	หรือ	$-x \leq 15$	ไว้
กลับรูปประโยค	$-x > 10$		$x \geq -15$	
นั่นคือ	$x < -10$			

ได้คำตอบทั้งสองเส้น $x < -10$ และ $x \geq -15$ ใช้ไหมครับ

ก็ ค่อยๆ เอามาเขียนใหม่ได้เป็น $-15 \leq x < -10$ ใจครับ

😊 มอเข้าไหนครับ หลักการคร่าวๆ ในกรณีก่อสร้าง

ตั้งนั้น เมื่อวานซ้อมแล้ว มาเริ่มทำแบบฝึกหัด 1.3 กันเลยครับ

Let's Go ~~→~~

THAI CADET

แบบฝึกหัด 1.3

1. แก้วอ่านหนังสือเล่มหนึ่ง วันแรกอ่านได้ $\frac{2}{5}$ ของเล่ม วันต่อมาอ่านได้อีก 25 หน้า รวมสองวันอ่านได้มากกว่าครึ่งเล่ม จงหาว่าหนังสือเล่มนี้มีจำนวนหน้าอย่างมากที่สุดกี่หน้า

วิธีทำ

ตามสูตรครึ่ง สมมุติให้ หนังสือเล่มนี้มีจำนวน x หน้า

$\frac{2}{5}$ เล่ม คือ $\frac{2x}{5}$ หน้า

ถ้า $\frac{2x}{5} + 25$ มีค่ามากกว่าครึ่งหนึ่งของ x

$$\text{ดังนั้น } \frac{2x}{5} + 25 > \frac{1x}{2}$$

$$\text{ย้ายข้างสมการ; } \frac{2x}{5} - \frac{1x}{2} > -25$$

$$\frac{-1x}{10} > -25$$

นำ -1 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ เปลี่ยนเครื่องหมาย $>$ เป็น $<$

$$(-1)\left(\frac{-1x}{10}\right) < (-1)(-25)$$

$$\frac{1x}{10} < 25$$

$$x < 25 \times \frac{10}{1}$$

$$x < \frac{250}{1}$$

$$x < 250$$

เพื่อจำนวนหน้าของหนังสือ ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก

ดังนั้น ค่า x ที่เห็นไปได้มากที่สุด คือ 249 ครั้ง

แสดงว่า หนังสือเล่มนี้มีจำนวนหน้าอย่างมากที่สุด 249 หน้า

ตอบ

2. ปัญญาซื้อเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทอยู่ในกระป๋องออมนเงินจำนวนหนึ่ง เมื่อเหรียญเต็มกระป๋อง เขาเทมานับพบว่า มีเหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 12 เหรียญ นับเงินจำนวนเงินทั้งหมดไม่น้อยกว่า 300 บาท จงหาว่า มีเหรียญห้าบาทอยู่อย่างน้อยกี่เหรียญ

วิธีทำ

เมื่อโหล่เต็มจึงกำหนดเหรียญ 5 บาท เทจึงกำหนดให้มีเหรียญ 5 บาท จำนวน x เหรียญ

ดังนั้น ถ้าเหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 12 เหรียญ ดังนั้น จำนวนเหรียญบาท = $12 + x$ เหรียญ

เมื่อมีจากรดมูลค่าของมัน = มูลค่าเหรียญบาท + มูลค่าเหรียญห้าบาท

$$= 1x(12 + x) + 5 \times x$$

$$= 12 + x + 5x = 12 + 6x$$

ซึ่ง $12 + 6x \geq 300$ [ไม่น้อยกว่า คือมากกว่า หรือเท่ากับ ; \geq]

$$\therefore x \geq \frac{300 - 12}{6}$$

หรือ $x \geq 48$ ดังนั้น ปัญญาซื้อเหรียญห้าบาทอย่างน้อย 48 เหรียญ

ตอบ

3. ถ้าสองเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 6 จำนวนดังกล่าวเป็นจำนวนใดบ้าง

วิธีทำ

สมมติให้ จำนวนเต็มบวกจำนวนนั้นคือ x

สองเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่ง มากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 6

↳ ไม่ใช่ $2x > 20$ แต่ $2x < 6$ น่ะครับ (หือเอะครับ ต้องมีคนรู้มาแบบนี้)

★ แต่ต้องเป็น $\underbrace{2x - 20} < 6$

$2x$ มีค่ามากกว่า 20 ครับ ให้หา "ตัวมาก" - "ตัวน้อย"

จาก $2x - 20 < 6$

$$2x < 6 + 20$$

$$x < \frac{26}{2}$$

$$x < 13$$

เมื่อ $x < 13$ แสดงว่า x อาจเป็น 12, 11, 10, 9, ... นี่คือจำนวนเต็มบวกใดๆ ที่น้อยกว่า 13 น่ะครับ

ตอบ

4. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง มีอัตราส่วนความกว้างต่อความยาว เป็น 3 : 5 และมีความยาวรอบรูปไม่น้อยกว่า 48 cm.
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ มีพื้นที่อย่างน้อยเท่าไร

วิธีทำ

อัตราส่วน ความกว้าง : ความยาว = 3 : 5

หมายความว่า สี่เหลี่ยม กว้าง 3 cm ยาว 5 cm

อาจ กว้าง 6 cm ยาว 10 cm เหนาะ $6 : 10 = 3 : 5$

อาจ กว้าง 18 cm ยาว 30 cm เหนาะ $18 : 30 = 3 : 5$ เช่นกัน

แต่ เราไม่รู้ว่า จริงๆ แล้ว สี่เหลี่ยมกว้างเท่าใด และยาวเท่าใด

เราจึงกำหนดให้ สี่เหลี่ยมกว้าง $3n$ cm และยาว $5n$ cm (n เป็นตัวประกอบ)

ทำให้ ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม = $2(3n) + 2(5n)$

$$= 6n + 10n = 16n \text{ cm}$$

ซึ่ง ความยาวรอบรูป มีไม่น้อยกว่า 48 cm

ดังนั้น $16n \geq 48$

$$n \geq \frac{48}{16}$$

$$n \geq 3$$

ดังนั้น n มีค่า = 3, 4, 5, ... และค่า n ที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ คือ $n = 3$

แสดงว่า สี่เหลี่ยมรูปนี้ กว้าง $3n = 3(3) = 9$ cm

ยาว $5n = 5(3) = 15$ cm

ทำให้ สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ มีพื้นที่อย่างน้อย = $9 \times 15 = 135$ ตารางเซนติเมตร

ตอบ

5. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ห้อง ก น้อยกว่าจำนวนนักเรียนห้อง ข จำนวน 6 คน $\frac{2}{3}$ ของจำนวนนักเรียนห้อง ก มากกว่า $\frac{1}{2}$ ของจำนวนนักเรียนห้อง ข แต่ไม่เกิน 5 คน จงหาว่าจำนวนนักเรียนห้อง ก เป็นจำนวนใดได้บ้าง

วิธีทำ

โจทย์ต้องการทราบจำนวนนักเรียนห้อง ก

จึงกำหนดว่า จำนวนนักเรียนห้อง ก มี x คน

ถ้าเด็กห้อง ก น้อยกว่าเด็กห้อง ข อยู่ 6 คน

แสดงว่า เด็กห้อง ข จะมีจำนวน $x+6$ คน

ซึ่ง $\frac{2}{3}$ ของเด็กห้อง ก มากกว่า $\frac{1}{2}$ ของเด็กห้อง ข ซึ่งไม่เกิน 5 คน

เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ว่า $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}(x+6) \leq 5$ ครบ

หา ครน. ก่อนคูณครบ $\frac{2(2x) - 3(x+6)}{6} \leq 5$

$$4x - 3(x+6) \leq 30$$

$$4x - 3x - 18 \leq 30$$

$$x \leq 30 + 18$$

$$x \leq 48$$

เมื่อ $x \leq 48$ แสดงว่า x มีค่า น้อยกว่า หรือเท่ากับ 48 (48, 47, 46, ... เป็นต้น) ตอบ

6. แม่ค้าต้องการบรรจุมะม่วงใส่ลัง ซึ่งลังนาลงตึกเปล่าแต่ละใบหนัก 2.5 กิโลกรัม มะม่วงขนาดโตเล็กเดียวกันแต่ละผล หนัก 0.3 kg เมื่อเป็นการประหยัดค่าใช้จ่ายในการขนส่ง ต้องบรรจุมะม่วงให้ได้มากที่สุด แต่ต้องไม่หนักเกินไปจนเงินขนานในการเคลื่อนย้าย แม่ค้าพบว่า หากต้องการการขนส่งที่คุ้มค่า ต้องบรรจุมะม่วงให้แต่ละลังมีน้ำหนักรวมกันอย่างน้อย 19 กิโลกรัม แต่ไม่เกิน 25 กิโลกรัม จงหาว่า แม่ค้าควรบรรจุมะม่วงใส่ลัง อย่างน้อยกี่ผล และอย่างมากที่สุดกี่ผล

วิธีทำ

อ่านโจทย์มาซิคยาว สู้ไปแล้ว โจทย์ถามว่า แม่ค้าควรบรรจุมะม่วงใส่ลัง อย่างน้อย และอย่างมากที่สุดกี่ผล เราก็สมมติให้เป็น x ผล เลยครับ

ถ้าเฉลี่ยแล้ว มะม่วงหนักผลละ 0.3 kg ดังนั้น มะม่วง x ผล จึงหนัก $0.3x$ kg

ซึ่ง $19 \leq \text{น้ำหนักบรรจุทุกในลัง} \leq 25$

เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ $19 \leq 0.3x + 2.5 \leq 25$

กำจัด 2.5 ออกด้วยกรลบ ; $19 - 2.5 \leq 0.3x + \cancel{2.5} - \cancel{2.5} \leq 25 - 2.5$

$$16.5 \leq 0.3x \leq 22.5$$

แล้วนำ 0.3 หารทั้งสองสมการ ; $\frac{16.5}{0.3} \leq \frac{0.3x}{0.3} \leq \frac{22.5}{0.3}$

$$55 \leq x \leq 75$$

นั่นแสดงว่า แม่ค้าควรบรรจุมะม่วง อย่างน้อย 55 ผล และไม่เกิน 75 ผล

ตอบ



พ่อของชาติ มีตลับเสียงเปิด ไม้ และกระด่าย ไว้ขาย

อัตราส่วนของจำนวน เปิด ไม้ และกระด่าย คือ 3 : 2 : 1

หลังจากขาย เปิดไป 500 ตัว ไม้ 200 ตัวไปแล้ว นับว่าจำนวนเปิด ไม้ และกระด่ายที่เหลืออยู่ -
- มีไม่ถึงครึ่งของจำนวนเดิม จงหาว่า เดิมนั้น พ่อของชาติเสียงสัตว์ไว้ทั้งหมดเท่าไร

★ *ถ้าหากความเป็น " อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว "*

ตั้งนั้น เราชั่งกำหนดตัวแปรให้มีเสียงสัตว์เดียว คือกำหนดให้กระด่ายมี x ตัว

ทำให้ จำนวนสัตว์ทั้งหมดคือ $3x : 2x : x$ รวมทั้งสิ้น $3x + 2x + x = 6x$ ตัว

จำไว้จะครบ ทำจำนวนสัตว์ทั้งหมด คือ $6x$ ตัว

★★ แล้ว เมื่อมีการขายสัตว์ออกไป ทำให้ จำนวนเดิม - จำนวนที่ขายออกไป $< \frac{1}{2}$ เท่าของจำนวนเดิม

นั่นคือ $(3x + 2x + x) - 500 - 200 < \frac{1}{2}(3x + 2x + x)$

$$6x - 700 < \frac{1}{2}(6x)$$

$$6x - 3x < 700$$

$$3x < 700$$

∴ จำนวนสัตว์ทั้งหมด คือ $2(3x) < 700(2)$

[นำ 2 ไปคูณทั้งสองข้าง ของอสมการ เพื่อสร้าง $6x$]

$$6x < 1,400$$

แสดงว่า เดิมนั้น พ่อของชาติ เสียงสัตว์ไว้ไม่เกิน 1,400 ตัว

ตอบ

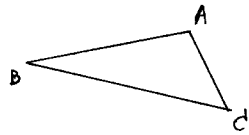


อสมการอังกูรูปสามเหลี่ยม

(Triangle Inequality)

ตามหลักการกล่าวไว้ว่า " ผลบวกของความยาวของด้านใดด้านใด ๆ ของรูปสามเหลี่ยม จะยาวกว่าความยาวของด้านที่เหลือ "

ตัวอย่างเช่น



$$\triangle ABC \text{ มี } AB + BC > AC$$

$$AB + AC > BC$$

$$AC + BC > AB$$

ทำให้นึกทบทวน เราอาจกล่าวได้ว่า " ถ้ามีส่วนของเส้นตรงสามเส้นที่ผลบวกของความยาวของสองเส้นใด ๆ ยาวกว่าความยาวของเส้นที่สาม แล้ว จะสามารถประกอบส่วนของเส้นตรง สามเส้นเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ "

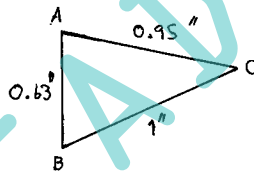
ตัวอย่างเช่น มีส่วนของเส้นตรง 3 เส้น

ยาว 1 นิ้ว , 0.63 นิ้ว และ 0.95 นิ้ว

$$\text{เพื่อ } 1 + 0.63 > 0.95$$

∴ ส่วนของเส้นตรงทั้งสามสามารถ

- ถูกประกอบให้เป็นรูปสามเหลี่ยมได้ ดังรูป



★ น้องต้องจำไว้ก่อนไป \triangle ใดๆ ทั้งสามให้ได้นะครับ ว่า $AB + BC > AC$

$$AB + AC > BC$$

$$\& AC + BC > AB$$

เพราะ เราต้องนำมาเป็นไปใช้ด้วย

Ex กำหนดให้ $\triangle ABC$ มี $\overline{AB} = 12$ หน่วย , $\overline{BC} = 7$ หน่วย จงหาความยาวที่เป็นไปได้ของ \overline{AC}

วิธีทำ

เนื่องจาก

$$AB + BC > AC$$

$$12 + 7 > AC$$

$$19 > AC \quad \#$$

เนื่องจาก

$$AB + AC > BC$$

$$12 + AC > 7$$

$$AC > 7 - 12 \quad \text{หรือ} \quad AC > -5 \quad \#$$

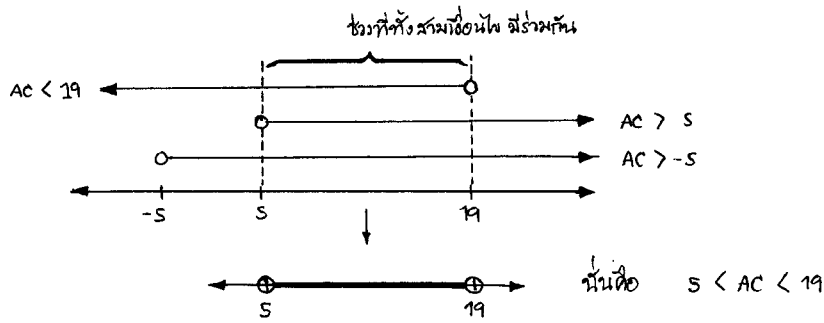
และเนื่องจาก

$$AC + BC > AB$$

$$AC + 7 > 12$$

$$AC > 12 - 7 \quad \text{หรือ} \quad AC > 5 \quad \#$$

จากเงื่อนไข 3 ประการคือ $AC < 19$; $AC > -5$ และ $AC > 5$ เราจึงสามารถเขียนเส้นจำนวนได้ ดังนี้



เราลองมาทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

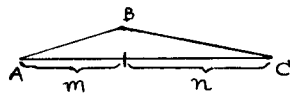
1 กำหนดความยาวส่วนของเส้นตรงต่อไปนี้ (หน่วยเป็น cm)

- 1) 3, 7, 5 2) 17, 7, 9 3) 5, 6, 8 4) 4, 11, 15

- จงทำ ส่วนของเส้นตรงในข้อใด ประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ ทهماะเหตุใด
- และทำ ส่วนของเส้นตรงในข้อใด ประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมไม่ได้ ทهماะเหตุใด

เราต้องทำเงื่อนไข 3 ข้อให้เป็นจริงครบ แล้วมาพิสูจน์กันทีละข้อเลย

- ★ โหนดข้อ 1 สิ่งแรกที่เราควรดูคือ ความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมัน ด้านยาวที่สุดจะอยู่ทางฝั่งไหน ด้านสั้นกว่าอีก 2 ด้าน - ที่เหลือ จะกลายเป็นแกนของสามเหลี่ยม เช่น



สิ่งแรกที่เรา ต้อง > ระยะ m

และ BC ต้อง > ระยะ n มันจึงจะสร้างรูปสามเหลี่ยมได้

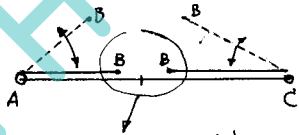
ถ้า $AB = m$ และ $BC = n$ ละ จะเกิดรูปแบบนี้ ;



ซึ่งเกิดแต่เส้นตรง ทั้งกันพอดี ไม่เกิดรูปสามเหลี่ยม, เกิดแต่ส่วนของเส้นตรง

(note: จุดเชื่อมต่อกันที่เหมือน hinge หรือบานพับ)

ซึ่งถ้า $AB < m$ และ $BC < n$ ละก็ จะเกิดรูปแบบนี้ครับ



B ของ AB ไม่ชนกับ B ของ BC เกิด สามเหลี่ยมไม่ได้ นั่นเอง

★★ เวกัด	ต้องตั้งสมการแบบนี้	ด้านสั้น ₁ + ด้านสั้น ₂	> ด้านยาวที่สุด	ฐาน Δ
1)	จาก 3, 7, 5 ;	$3 + 5 > 7$	จริง ✓	สร้าง Δ ได้
2)	จาก 17, 7, 9 ;	$7 + 9 > 17$	ไม่จริง (x)	สร้าง Δ ไม่ได้
3)	จาก 5, 6, 8 ;	$5 + 6 > 8$	จริง ✓	สร้าง Δ ได้
4)	จาก 4, 11, 15 ;	$4 + 11 > 15$	ไม่จริง (x)	สร้าง Δ ไม่ได้

โดย $15 = 15$ จึงสร้างได้ แต่ส่วนของเส้นตรง

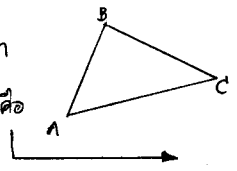
ซึ่งวิธีการนี้ ใช้อธิบายการนำ ส่วนของเส้นตรง มาสร้างรูปสามเหลี่ยมได้เสมอครับ

2. ใน ΔABC ให้ AC และ BC ยาวไปจนที่จุดกึ่งกลาง AB จงหา ความยาวที่ยาวไปได้ ของ AB

1) $AC = 9, BC = 15$

2) $AC = \frac{5}{6}, BC = \frac{7}{3}$

* จงรูปนี้ แล้วมีจากรกเลขด้วยว่า
ด้วยเงื่อนไข 3 ประการ คือ



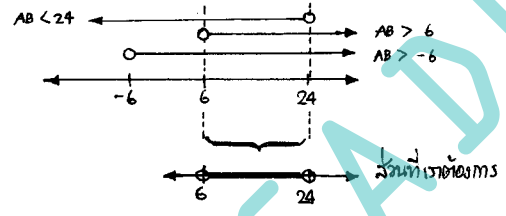
ΔABC ยาว Δ ได้ ๓

$$\begin{cases} AB + BC > AC \\ AB + AC > BC \\ BC + AC > AB \end{cases}$$

เราก็เริ่มมีสูตรได้แล้วครับ

1) $AC = 9, BC = 15$

วิธีทำ
 $AB + 15 > 9$ หรือ $AB > -6$
 $AB + 9 > 15$ หรือ $AB > 6$
 $15 + 9 > AB$ หรือ $AB < 24$

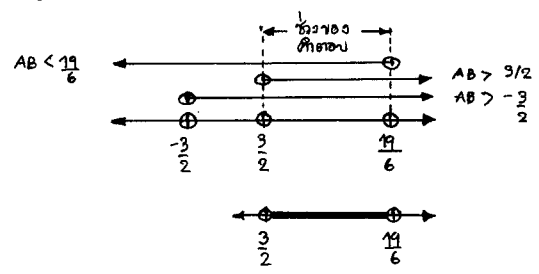


$\therefore 6 < AB < 24$

ตอบ

2) $AC = \frac{5}{6}$ และ $BC = \frac{7}{3}$

วิธีทำ
 $AB + \frac{7}{3} > \frac{5}{6}$ หรือ $AB > \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$
 $AB + \frac{5}{6} > \frac{7}{3}$ หรือ $AB > \frac{3}{2}$
 $\frac{7}{3} + \frac{5}{6} > AB$ หรือ $AB < \frac{19}{6}$



$\therefore \frac{3}{2} < AB < \frac{19}{6}$

ตอบ

แล้ว ก็บบทที่ 1 ครับ
 นื่องๆ ต้องอ่านหนังสือทบทวนเนื้อหาเยอะๆ เพื่อให้สามารถทำแบบฝึกหัดได้เยอะๆ
 ซึ่งจะเป็นผลดีต่อการเตรียมตัวสอบต่อไปครับ