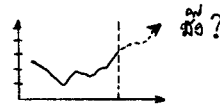


บทที่ 2  
 ความน่าจะเป็น  
 (Probability)

2.1 ความน่าจะเป็น

● ในชีวิตประจำวัน เราต้องใช้การคาดเดาในการตัดสินใจทำอะไรสักอย่าง เช่น

- นุ่งนี้ฝนจะตกไหมเนี่ย ?
- เลขท้าย 3 ตัว จะใช้ 572 นี้อีกป่าว ?
- ทำไมซื้อหวยมา 30 กว่าปีแล้วยังไม่เคยถูกล่ะ ?
- อีก 2 สัปดาห์ หุ้นตัวที่เราถือหุ้นจะ rebound



● ในทางคณิตศาสตร์แล้ว เราต้องหาจำนวนใด ๆ ที่จะบอกถึงโอกาสมาก / น้อยที่จะเกิดเหตุการณ์ในสิ่งนั้น และ เรียกจำนวนนั้นว่า "ความน่าจะเป็น" ของเหตุการณ์

● การทราบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง นั้น ทำให้เราทราบว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์นั้น มีมาก/ น้อยเพียงใด เป็นประโยชน์ ต่อการตัดสินใจ ของเรา มาก ๆ เช่น

- เรา จะไปเยี่ยมเพื่อน แต่ละครอบครัวเพื่อนของเรา มีขนาดต่างกัน เราเลยไม่กล้าเดินเท้าไป เพราะ ถ้าเดินเท้าไปแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะโดนหมกกัด มีสูงมาก
- แม่ ซื้อหวยมา 30 ปี แล้ว แต่ไม่เคยถูกล่ะ  
 วันนี้นุ่งนี้ พรุ่งนี้ เธอขอ เราไปห้แม่ไม่ได้ซื้อ เพราะมีความน่าจะเป็นว่า ซื้อไปก็ไม่ถูกลงเอน
- นรชาย ออกเป็นนักเรียนนายร้อยมาก แต่แค่ทดสอบภายในโรงเรียน เกรตยังได้ไม่ถึง 2.00 และแต่ละปี มีคนสมัครสอบเป็นนักเรียนนายร้อย จปร. ปีละประมาณ 30,000 คน แต่สอบได้ประมาณ 100 คน หรือ คิดเป็นอัตราส่วน คนที่สมัคร : คนที่สอบได้ = 300 : 1  
 แกรมทุกคนที่สอบได้ เกรตเฉลี่ยเงิน 3.50 ทุกคน  
 ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นรชาย จะสอบติดเป็นนักเรียนนายร้อยนี้  $\approx 0$

น้อง ๆ ลองอ่านตัวอย่างเพิ่มเติมในหน้า 30 - 32 ครับ เป็นประโยชน์มากในการช่วยชีวิตครับ

2.2 การสุ่ม การทดลองสุ่ม และเหตุการณ์

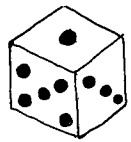
น้องๆ ต้องจำให้ได้ว่า ข้อสอบที่ออก มักมีการทดลองสุ่ม ด้วยกร

- |  |  |
|--|--|
| - โยนเหรียญ , ปั่นหัวก้อย              | - ป่าช้า หมุนทับ                         |
| - ทอยลูกเต๋า                           | - แวงล้อ , ซื้อหวย                       |
| - เล่นไพ่ (Card)                       | - และ มรณันประเภทอื่น ๆ ทุกชนิด ( etc. ) |
| - หยิบลูกบอลสีต่างๆ ในภาชนะ ซึ่งมีทั้ง |  |
- [ หยิบแล้วใส่คืน  
 หยิบแล้ว ไม่ใส่คืน

การทดลองสุ่ม

- โยนเหรียญ 1 เหรียญ หน้าที่น่าทายขึ้นอาจเป็น หัว หรือ ก้อย
- โยนเหรียญ 2 เหรียญ หน้าที่น่าทายขึ้นอาจเป็น (หัว, หัว) (หัว, ก้อย) (ก้อย, หัว) หรือ (ก้อย, ก้อย)

- โยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง หน้าที่น่าทายขึ้นอาจเป็นแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6



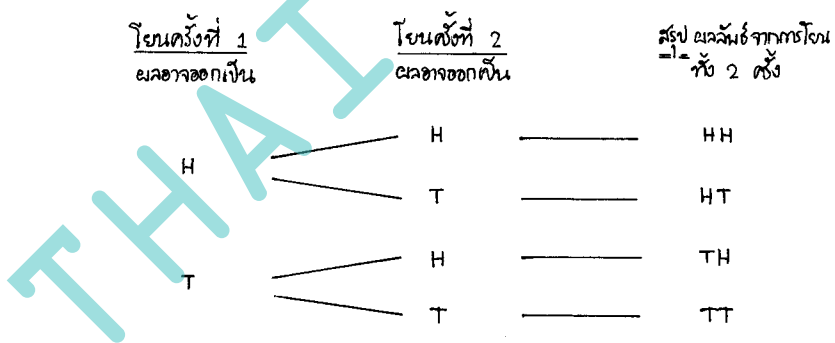
จะเห็นว่า เราบอกไม่ได้ว่า ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นจะเป็นอะไร บอกได้แต่เพียงว่า คือผลลัพธ์อะไรที่จะเกิดขึ้นบ้าง ( จำนวนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น ทั้งหมดเลย ) เรียกการกระทำเหล่านี้ว่า “การทดลองสุ่ม (Random Trial)” จาก การทดลองสุ่มดังกล่าว เป็นการแจกแจงว่า ผลลัพธ์ทั้งหมดเหล่านั้นมีอะไรบ้าง? เราจึงต้องทำการระบุนกจรต่อไปนี้

ผลลัพธ์จากการทดลองสุ่ม

ดูการทดลองสุ่ม แล้วพิจารณาผลที่เกิดขึ้นต่อไปนี้

1. โยนเหรียญ 1 เหรียญ 2 ครั้ง ถ้าออกหัว แทนด้วย H (H-Head)  
ถ้าออกก้อย แทนด้วย T (T-Tail)

ดูผลลัพธ์ ที่เกิดขึ้นในระดับ



ผลจากการทดลองสุ่มทั้งหมด จึงมี 4 แบบคือ HH, HT, TH, และ TT

2. สุ่มหยิบลูกบิงปอง 2 ลูก พร้อมกัน จากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกบิงปอง 3 ลูก คือ สีแดง 1 ลูก, สีขาว 1 ลูก, และสีฟ้าเงิน 1 ลูก

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น จึงเป็น

แดง, ขาว	} ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 3 เหตุการณ์
แดง, ฟ้าเงิน	
และ ขาว, ฟ้าเงิน	

3. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ใบ จากทอไลบอล 2 ใบ ดังรูป



ใวทอไลที่ 1 มีบอล 1, 2, และ 3

ผลทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม คือ

บอลครั้งที่ 1	บอลครั้งที่ 2	ผลลัพธ์
1	A	1A
	B	1B
2	A	2A
	B	2B
3	A	3A
	B	3B

∴ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 6 แบบ คือ 1A 1B 2A 2B 3A และ 3B

จากที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ สิ่งที่น่าสนใจจะมีกรณีจากการทดลองสุ่มในแต่ละข้อข้างต้น คือ เหตุการณ์ (events)

ดังนั้น จาก 1) ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม คือ HH HT TH TT

แล้ว เหตุการณ์ที่จะออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง คือ HH HT TH รวม 3 เหตุการณ์

เหตุการณ์ที่จะไม่ออกหัวเลย มี 1 เหตุการณ์ คือ TT

2) ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มคือ แดง, ขาว แดง, เขียว และ ขาว, เขียว

แล้ว เหตุการณ์ที่จะไม่ได้สีขาวเลย มี 1 เหตุการณ์ คือ แดง, เขียว

เหตุการณ์ที่จะได้สีเขียวนั้น มี 2 เหตุการณ์ คือ แดง, เขียวน และ ขาว, เขียวน

3) ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม คือ 1A 1B 2A 2B 3A และ 3B

แล้ว เหตุการณ์ที่จะไม่ออกเลข 1 คือ 2A 2B 3A และ 3B รวม 4 เหตุการณ์

เหตุการณ์ที่จะออกเลข 1 และ B คือ 1A 1B 2B 3B รวม 4 เหตุการณ์

\* นี่คือ น้องๆ ต้องหา "เหตุการณ์" ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น แล้วกลับไปดูที่โจทย์ว่า

- โจทย์ถามหา "เงื่อนไขของเหตุการณ์" เป็นอย่างไร แล้วเราก็หาคำตอบในโจทย์ ก็เรียบร้อยครับ

(หน้า ๖๘)

Ex 1 ตัวอย่างการโยนเหรียญ หัว / ก้อย เพื่อพิจารณาเหตุการณ์ที่โจทย์ต้องการ  
น้อง ๆ ลองศึกษาตัวอย่างนี้ดูบ้าง ไม่ยาก ๆ

★ ที่สำคัญคือ Ex 2 ครับ เห็นตัวอย่างที่ Classic มาก ๆ นั่นคือ การสุ่มหยิบเบอร์ในกล่องปิดทับ  
ตามหากันเกิดตรงที่ เงื่อนไขการหยิบที่ไม่เหมือนกัน กล่าวคือ

- หยิบ แล้วใส่คืน
- หยิบแล้วไม่ใส่คืน

★ ตัวอย่างลักษณะนี้ ถูกนำไปออกในข้อสอบคัดเลือกเกือบทุกครั้ง ที่จึงพยายามเขียนอธิบายตัวอย่างนี้เป็นพิเศษ -  
- ต้องต่อไปครับ

สมการ 4 ใบ มีหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 ถูกใส่อยู่ในกล่องปิดทับ จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ต่อไปนี้

- 1) เหตุการณ์ที่ผลบวกของหมายเลขทั้งสองเท่ากับ 4
- 2) เหตุการณ์ที่หยิบครั้งที่ 1 จะได้เลข 2

โดยให้พิจารณาทั้ง หยิบแบบไม่ใส่คืน และ หยิบแบบใส่คืน

วิธีทำ

● เหตุการณ์หยิบแบบไม่ใส่คืนก่อนครับ กรณีนี้ ครั้งแรกและครั้งที่สองของการหยิบ เราจะได้เลขที่ไม่ซ้ำกันเลยครับ

หยิบครั้งที่ 1	หยิบครั้งที่ 2	สรุปเหตุการณ์
1	2	→ 1, 2
	3	→ 1, 3
	4	→ 1, 4
2	1	→ 2, 1
	3	→ 2, 3
	4	→ 2, 4
3	1	→ 3, 1
	2	→ 3, 2
	4	→ 3, 4
4	1	→ 4, 1
	2	→ 4, 2
	3	→ 4, 3

รวม 12 เหตุการณ์

- แล้ว
- 1) เหตุการณ์ที่ผลบวกของหมายเลขทั้งสองเท่ากับ 4 คือ (1, 3) และ (3, 1) รวม 2 เหตุการณ์
  - 2) เหตุการณ์ที่หยิบครั้งที่ 1 จะได้เลข 2 คือ (2, 1), (2, 3) และ (2, 4) รวม 4 เหตุการณ์

( ต่อหน้า ถัดไป )

- ต่อไป เหตุการณ์แบบไม่ขึ้นกันบ้างครับ กรณีนี้ ครั้งแรกและครั้งที่สองของกรณีย มาอาจได้-  
-หมายเลขที่ซ้ำกันได้ด้วย

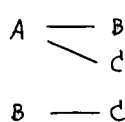
กรณียครั้งที่ 1	กรณียครั้งที่ 2	สรุปเหตุการณ์
1	1 2 3 4	1,1 1,2 1,3 1,4
2	1 2 3 4	2,1 2,2 2,3 2,4
3	1 2 3 4	3,1 3,2 3,3 3,4
4	1 2 3 4	4,1 4,2 4,3 4,4
รวม		16 เหตุการณ์

- แล้ว
- 1) เหตุการณ์ที่ผลบวกของทั้งสองหมายเลขเท่ากับ 4 คือ (1,3), (2,2) และ (3,1) รวม 3 เหตุการณ์
  - 2) เหตุการณ์ที่กรณียครั้งที่ 1 จะได้เลข 2 คือ (2,1), (2,2), (2,3) และ (2,4) รวม 4 เหตุการณ์

นั่นคือ แม้ค่าตามจำนวนเหมือนกัน แต่ลำดับของสองเงื่อนไขกรณียนั้นแตกต่างกันโดยสิ้นเชิง  
โดย ถ้ากรณียแบบไม่ขึ้น โททสจะเกิดเหตุการณ์ที่โจทย์ต้องการนั้น มากกว่าแบบที่ไม่ไม่ขึ้นด้วย  
เพราะแต่ละครั้งในกรณียนั้น สโตทสที่ตัวเลขจะซ้ำกันได้ เช่น (1,1), (2,2), (3,3) หรือ (4,4)  
ในขณะที่กรณียแบบไม่ไม่ขึ้นนั้น ไม่มีโททสที่ซ้ำกันเกิดขึ้นเลยด้วย

ต่อไป ลองมาดูกรณียลูกบอลสีออกจากภาชนะบ้าง กรณี "ลำดับ" ของกรณียจะเข้ามาจับบทบาทในกรณีการนับด้วยครับ  
เมื่อมีการสุ่มกรณียให้ได้สิ่งของมากกว่าหนึ่งชิ้นออกจากภาชนะ สามารถทำได้ 3 แบบ เช่น กรณียลูกบอล 2 ลูกจากกล่องที่บรรจุลูกบอล  
3 ลูก คือ A, B และ C

กรณีที่ 1 กรณีย 2 ลูกพร้อมกัน



ผลลัพธ์ที่ได้ (หรือเหตุการณ์ที่ได้) ทั้งหมด จากการทดลองสุ่ม มี 3 แบบ คือ

(A, B), (A, C) และ (B, C)

★ ในกรณีนี้ (A, B) มีความหมายเดียวกับ (B, A)

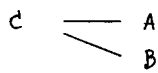
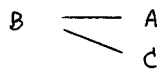
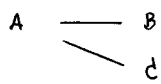
(A, C) มีความหมายเดียวกับ (C, A)

และ (B, C) มีความหมายเดียวกับ (C, B)

★★ โดย ไม่มีโททสที่เหตุการณ์ (A, A), (B, B) และ (C, C)

เพราะไม่ใช่กรณียแบบไม่ขึ้น ก่อนกรณียครั้งที่ต่อไป

กรณีที่ 2 หจับลูกบอลทีละลูก แบบไม่ใส่คืน กล่าวคือ หจับลูกแรกก่อน แล้วตามมาทางของภาชนะ ก่อนจะหจับลูกที่สอง



ผลลัพธ์ (หรือเหตุการณ์) ทั้งหมดที่ได้ จากการทดลองสุ่ม มีถึง 6 แบบ (มากกว่ากรณีที่ 1) คือ

(A, B), (A, c), (B, A), (B, c), (c, A) และ (c, B)

★ สังเกตว่า (A, B) ไม่ใช่ความหมายเดียวกับ (B, A)

เพราะถือว่า "ลำดับ" การหจับขึ้นก่อน / หรือ หลัง

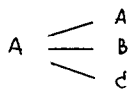
มีความสำคัญต่อการนิยาม

เช่นเดียวกัน (A, c) ≠ (c, A) และ (B, c) ≠ (c, B)

★★ และจะเห็นว่า ไม่มีเหตุการณ์ (A, A), (B, B) และ (c, c)

เพราะไม่ใช่การหจับ แบบไม่ใส่คืน ก่อนการหจับครั้งที่สองต่อไป

กรณีที่ 3 หจับลูกบอลทีละลูก แล้วใส่คืน ก่อนจะหจับลูกที่สอง ( กล่าวคือ หจับลูกที่หนึ่ง ซูลี่ ใส่คืนลงในในกล่อง แล้วหจับ - ลูกที่สอง )



ผลลัพธ์ (หรือเหตุการณ์) ทั้งหมดที่ได้ จากการทดลองสุ่ม

มีถึง 9 แบบ คือ (A, A), (A, B), (A, c), (B, A), (B, B), (B, c), (c, A), (c, B) และ (c, c)

★ โดยที่  $(A, B) \neq (B, A)$   
 $(A, c) \neq (c, A)$   
 $(B, c) \neq (c, B)$  } ตามการอธิบายเรื่อง "ลำดับ" ก่อน/หลัง ในกรณีที่ 2

★★ และ จะเห็นว่า มีเหตุการณ์ (A, A), (B, B) และ (c, c) เกิดขึ้น

เพราะ เป็นการหจับ แล้วใส่คืน ก่อนการหจับครั้งที่สองต่อไป

ดังนั้น จึงมีโอกาสที่จะหจับทั้งสองครั้ง แล้ว ได้ลูกบอลลูกเดิม

แม้จะเป็นกล่องใบเดียวกัน ลูกบอลก็ชุดเดิม แต่ผลลัพธ์อาจ ทั้งสองกรณีนี้ไม่เหมือนกันเลย เพราะเงื่อนไขการหจับที่ -  
-แตกต่างกัน ปัญหา classic ตัวอย่างสักขณะนี้ ถูกนำไปออกเป็นปัญหาการสังขตคณิตเมื่อไม่กี่ปีที่ผ่านมา  
★ น้องๆ ต้องศึกษา และทำความเข้าใจไว้ให้ดี ก่อนลงมือทำ ก็ขอความมั่นใจในกรรมกับปัญหาด้วย

เฉลยข้อ Ex 3 ในหน้า (42-44) ครับ ก่อนที่จะทำแบบฝึกหัด 2.2 ครับ

- ★ เนื่องจาก ตั้งแต่ Part นี้ มีสิ่งทดแทนทั้งเยอะมาก และเวลาเหนือด้วยมาก
- ถ้าเขียนอย่างละเอียดเกรงว่า เวลาที่มีจะไม่พอ มีจึงขอทำแบบฝึกหัด และเขียนในรูปแบบของ Lecture (เขียนหัด)

→ แทนอ่านได้นะ

แต่มีจะกลับมาทำต้นฉบับที่สมบูรณ์ หลัง เม.ย. ๒๕๕๖ ครับ

มีหน้า

๒๑ ม.ค. ๕๖, ๐๕๕๕ LT.

เริ่มเลขคณิต

แบบฝึกหัด ๑.๒ (หน้า 45)

1. เขียนผลลัพธ์ที่ออกมาจากตารางต่อไปนี้

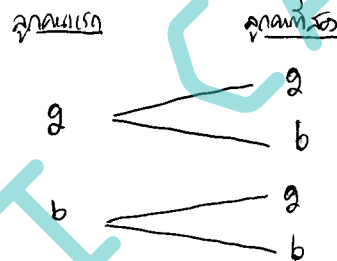
๑) ลำดับผลคูณ ในสองตัว ที่มีบุตร ๒ คน

วิธี สมมติว่าเรามีลูก ๒ คนในตัว ลูกชายแรกจะเป็นเด็กผู้หญิง หรือ เด็กผู้ชาย

ใน เด็กหญิง = girl (g)

เด็กชาย = boy (b)

แล้วมาดูตัว



= ผลลัพธ์ที่ออกมาจากผลคูณ (ลูกคนแรก, ลูกคนที่สอง)

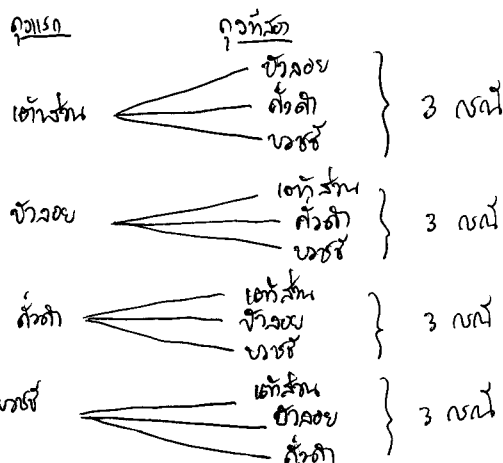
= (g,g) (g,b) (b,g) (b,b)

หรือ (n<sub>1</sub>, n<sub>2</sub>) (n<sub>1</sub>, b) (b, n<sub>2</sub>) และ (b, b) ไปด้วย

ถ้าถามว่ามีกี่ผลลัพธ์ที่นับได้ = 4 ผลลัพธ์

2. นก ๒ ตัว จากนกที่มี ๔ ตัว คือ { เฒ่า, นก, ตัวดำ, นก }

ถามเป็นไปได้อย่างไรที่นับผลคูณที่ออกมา คือ



= ถามเป็นไปได้อย่างไรที่นับผลคูณที่ออกมา ที่ออกมาเป็นไปได้อย่างไร 12 ผลลัพธ์

นี่คือคำตอบที่เป็นไปได้ในกรณีนี้ คือ  
 (เฒ่า, นก), (นก, เฒ่า), (เฒ่า, ตัวดำ), (ตัวดำ, เฒ่า),  
 (นก, ตัวดำ), (ตัวดำ, นก), (นก, นก), (นก, นก),  
 (ตัวดำ, นก), (นก, ตัวดำ) (นก, ตัวดำ)

note: ถ้าหาเพื่อนในชั้น ย่อมกำหนดด้วยลำดับ

$$\left. \begin{array}{l} \text{เล่น} \text{ ใจที่ส่วน} = A \\ \text{วิชา} = B \\ \text{กีฬา} = C \\ \text{ดนตรี} = D \end{array} \right\} \begin{array}{l} \therefore \text{กรณีทั้งหมด} = (A, B) (A, C) (A, D) \\ (B, A) (B, C) (B, D) \\ (C, A) (C, B) (C, D) \\ (D, A) (D, B) (D, C) \end{array} \text{ รวม 12 กรณี}$$

note 2: ถ้าเลือกแล้วใส่คืน มีอิสระที่จับจับได้ทุกครั้ง กล่าวคือ (ครั้งแรก, ครั้งที่สอง) = (วิชาสอง, วิชาสอง)  
เมื่อ (ใจที่ส่วน, ใจที่ส่วน) กลับไม่ใส่

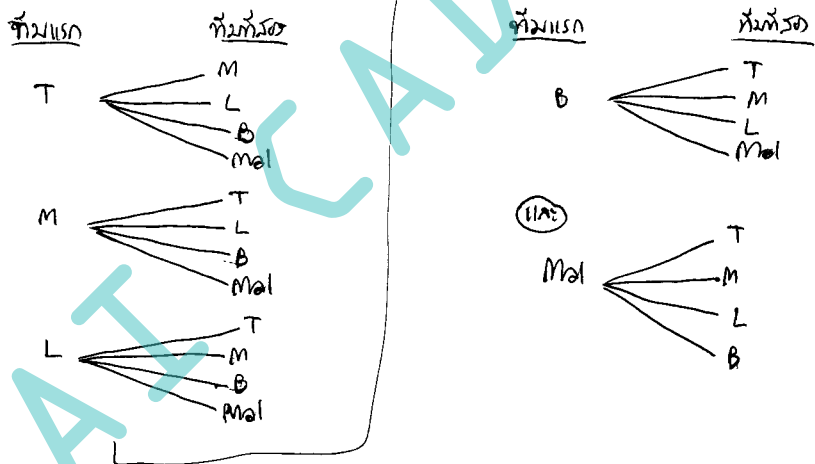
$$\therefore \text{ในกรณีนี้ กรณีทั้งหมด} = (A, A) (A, B) (A, C) (A, D) \\ (B, A) (B, B) (B, C) (B, D) \\ (C, A) (C, B) (C, C) (C, D) \\ (D, A) (D, B) (D, C) (D, D) \text{ รวม 16 กรณีด้วย \#}$$

3. ถ้าจะหาของกันออกแล้ว จะไปส่งกันกี่คน คน 22 คน แบ่งของแล้วถูกตัด?

ผู้ให้ของเป็นคนวิชา กินและ วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง วิ่ง

$$\begin{array}{ll} \text{ไทย} = T & \text{บรูไน} = B \\ \text{มาห์} = M & \text{มาเลเซีย} = Mal \\ \text{ลาว} = L & \end{array}$$

ถ้าแบ่งแบบคนกับคนมา แต่ยกกรณีทั้งหมดคือ



จะเห็นว่า ถ้าไม่มีของกันแล้ว แล้วได้ ทีมแรกจะเป็นดังนี้  
 (T, M) (T, L) (T, B) (T, Mal)  
 (M, L) (M, B) (M, Mal)  
 (L, B) (L, Mal)  
 (B, Mal) รวม 10 เหตุการณ์ เมื่อ 10 คู่ที่จะเจอ

ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีบทเชิงรวมที่พูด เพราะ

→ ถ้ามีของกันแล้ว แล้วก็ได้ทั้งหมดจะเป็น  
 (T, M) (T, L) (T, B) (T, Mal)  
 (M, T) (M, L) (M, B) (M, Mal)  
 (L, T) (L, M) (L, B) (L, Mal)  
 (B, T) (B, M) (B, L) (B, Mal)  
 (Mal, T) (Mal, M) (Mal, L) (Mal, B)

note: กรณีจับคู่แบบนี้  
 จะไม่ได้ออกนี้

(T, T) (M, M) (L, L)  
 (B, B) เมื่อ (Mal, Mal)

เพราะ T, T = ไทยเตะกับไทยเอง

M, M = มาห์เตะกับมาห์เอง

ซึ่งไม่ make sense ด้วย \*\*\*

จะเห็นว่า (T, M) คู่กับ (M, T) → นั่นคือ ไทยจับคู่กันได้เตะกับ มาห์ 11 ครั้ง  
 (T, L) คู่กับ (L, T) และ (M) ไม่เตะตัวเองสักทีเพราะเตะกับ T & ไทย อีก  
 (T, B) คู่กับ (B, T) เพราะมันซ้ำซ้อนด้วย

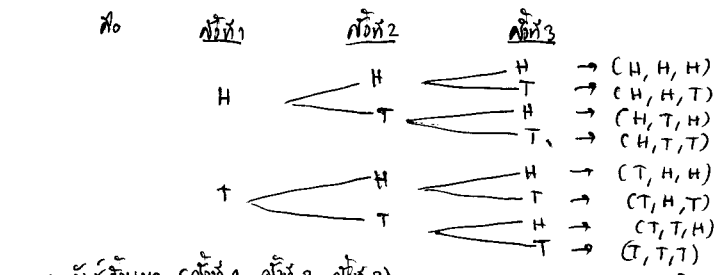
และนี่คือซ้ำอีกมากมาย

∴ ทั้งหมดได้ทั้งหมด 10 คู่ที่จะเจอ

#



2. ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมดจากทอยเหรียญ 1 เหรียญ = 3 ครั้ง (H=หัว T=ก้อย) โดย H=Head=หัว T=Tail=ก้อย



= ผลลัพธ์ทั้งหมด (ครั้งที่ 1, ครั้งที่ 2, ครั้งที่ 3)  
 = (H,H,H) (H,H,T)  
 (H,T,H) (H,T,T)  
 (T,H,H) (T,H,T)  
 (T,T,H) และ (T,T,T) รวม 8 เหตุการณ์

- แนวคิดการเกิด
- ออกหัว 1 ครั้ง คือเหตุการณ์ (H, H, T), (H, T, H) และ (T, H, H) รวม 3 events
  - ออกหัวน้อยกว่าหัว คือออกหัว T มากกว่าหัว H นั่นคือ (H, T, T) (T, H, T) และ (T, T, H) รวม 3 events \* กรณี (T, T, T) ไม่มีหัว เพราะไม่มี H เลย
  - ออกหัวมากกว่า 2 ครั้ง

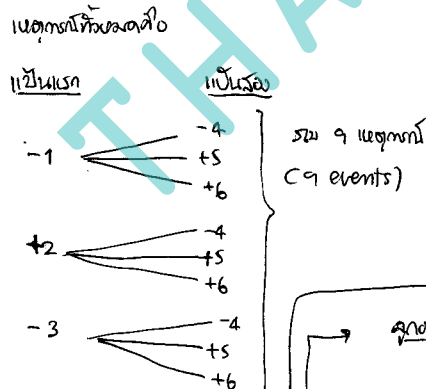
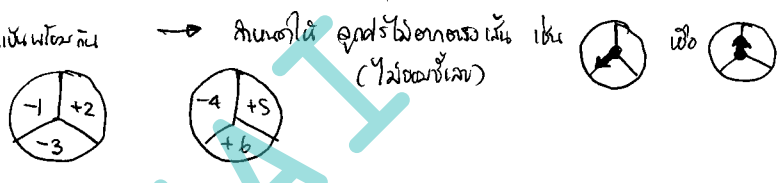
และ ④ ออกหัว และ ก้อย จำนวนครั้งเท่ากับ

ถาม น้อยกว่า หรือ เกิน 3 ครั้ง  
 มีเหตุที่ไม่ลงตัวที่ มันจะออกแบบนี้  
 (H, T, -) และ (T, H, -)  
 หมายความว่า โยนหัวแล้วออก H  
 โยนหัวที่หัวออก T  
 โยนครั้งที่ 3 มันไม่ออกเลย แต่มันต้องออก  
 มันไม่ได้ไปไหนเลย → โยนเหรียญ แล้วมันไม่มีหัวหัวได้เลยออก

- ออกหัวมากกว่า 2 ครั้ง  
 ถาม ถ้ามีออกหัว 3 ครั้ง ขึ้นไป (มากกว่า 2 ถึง 3)  
 = (T, T, T) = 1 event  
 \* ถ้ามากกว่า ออกหัวออกน้อยกว่า 2 ครั้ง  
 คือออกหัว (H, T, T), (T, H, T), (T, T, H) และ (T, T, T)  
 \*\* ข้อควรระวังคือ clean หัว

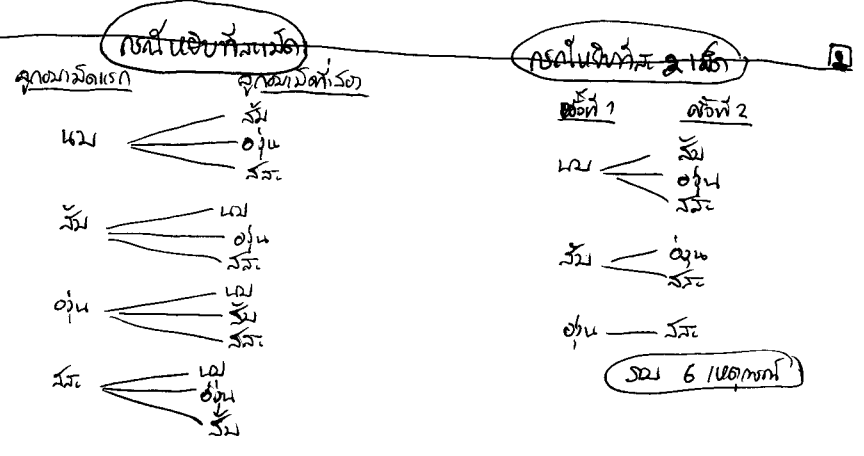
∴ เหตุการณ์ข้อ ④ คือไม่ได้เกิดเลย (This event is nil.)

3. ผลลัพธ์จากทอยลูกเต๋านับเป็นจำนวนเต็ม



แล้ว 1) ผลรวมเป็นลบ  
 มี (-1, -4) เพราะ (-1) + (-4) = (-5) เป็นลบ  
 ที่เหลือบวก/ลบ กันเอาเองที่หัว  
 (C+2, -4), (-3, -4)  
 รวม 3 เหตุการณ์

4. จับลูกเต๋านับ 2 เม็ดจากเพื่อน → โจทย์เลข 7  
 ผลรวมเป็นไปได้อะไรบ้าง



รวม 12 เหตุการณ์  
 แล้วจะไปจับเอา บอกรายละเอียดที่มันลงตัว  
 ว่าทำไมมันถึงเป็นแบบนี้ เพราะมันมีแค่ 6 เหตุการณ์ที่มันลงตัว  
 เราต้องไปจับมันขึ้นมาดูด้วยนะ ละ คือ



1) 11.5 1) 11.5 1) 11.5 1) 11.5

- $R_1, B_1$     $R_1, B_2$   
 $R_2, B_1$     $R_2, B_2$   
 $R_3, B_1$     $R_3, B_2$   
 $R_4, B_1$     $R_4, B_2$   
 $B_1, R_1$     $B_1, R_2$     $B_1, R_3$     $B_1, R_4$   
 $B_2, R_1$     $B_2, R_2$     $B_3, R_3$     $B_4, R_4$    รวม 16 events

$\therefore \text{Prob} = \frac{16}{30} = \left(\frac{8}{15}\right)$

2) 11.5 2) 11.5

- $R_1, R_2$     $R_1, R_3$     $R_1, R_4$   
 $R_2, R_1$     $R_2, R_3$     $R_2, R_4$   
 $R_3, R_1$     $R_3, R_2$     $R_3, R_4$   
 $R_4, R_1$     $R_4, R_2$     $R_4, R_3$    รวม 12 events

$\therefore \text{Prob} = \frac{12}{30} = \left(\frac{2}{5}\right)$

3) 11.5 3) 11.5

- $B_1, B_2$  11.5  $B_2, B_1$  รวม 2 events

$\therefore \text{Prob} = \frac{2}{30} = \left(\frac{1}{15}\right)$

\*\*\* 4) 11.5 4) 11.5 Red or Black = 0 impossible

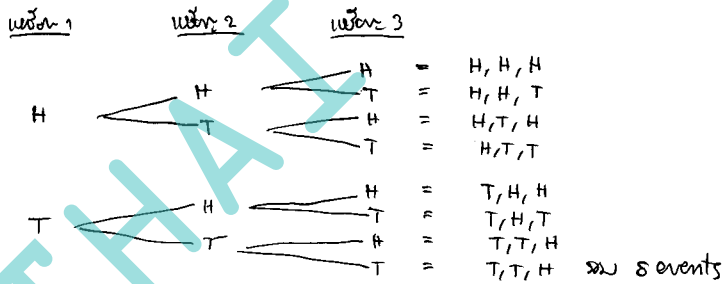
\*\*\* Red or Black impossible = 0 impossible

impossible impossible impossible impossible  $\rightarrow$  0 impossible

Ans

5) 11.5 5) 11.5

3 11.5 1 11.5



11.5 11.5 11.5

1) 11.5 1) 11.5

- $H, H, T$     $H, T, H$     $H, T, T$   
 $T, H, H$     $T, H, T$     $T, T, H$    รวม 7 events

$\therefore \text{Prob} = \left(\frac{7}{8}\right)$

$\frac{7}{8} \leq 1$  impossible

2) 11.5 2) 11.5

- $(H, H, H) = 1$  event

$\therefore \text{Prob} = \left(\frac{1}{8}\right)$  impossible

3)

impossible impossible

$\rightarrow$  impossible impossible = 0 event

$\therefore \text{prob} = \frac{0}{8} = 0$

4) 11.5 4) 11.5

- $(H, H, T)$   $(H, T, H)$   $(T, H, H)$  รวม 3 events

$\therefore \text{Prob} = \left(\frac{3}{8}\right)$

note: impossible impossible impossible impossible impossible impossible impossible impossible

Ans

4. ทอยเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นไปได้ทั้งหมดคือ (แต้มลูกแรก, แตร้มลูกที่ 2)

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

6 แถว x 6 หลัก นั่นเอง

รวม 36 เหตุการณ์

แล้วมาดูคำถามด้วย

① ผลรวมแต้ม = 7 มีเหตุการณ์ (1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) และ (6,1) รวม 6 events

∴ Prob =  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

② ผลต่างแต้ม 2 มีกรณี (1,3) (2,4) (3,1) (3,5) (4,2) (4,6) (5,3) (6,4) รวม 8 events

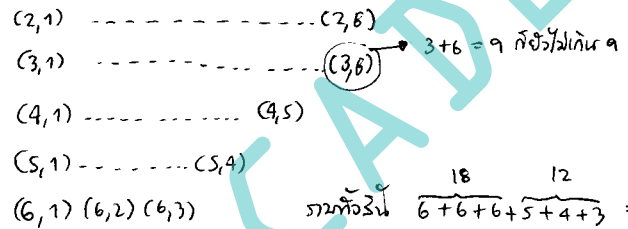
∴ Prob =  $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

\* ③ ผลรวมแต้มน้อยกว่า 2 ( $< 2$ ) คือ (1,1) (1,2) ... (6,5) (6,6) เป็นไปไม่ได้เลยจริงๆ เหตุการณ์รวมมี 0 !!!

∴ Prob =  $\frac{0}{36} = 0$

\*\* เป็นข้อแรกตั้งแต่วินาทีแรกก็เกิดขึ้นทันทีที่ทอย Prob = 1

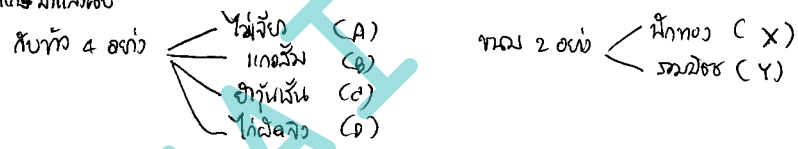
④ ผลรวมไม่เกิน 9 มีกรณี (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)



∴ Prob =  $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

note: ผลรวมไม่เกิน 9 คือแต้มใด ๆ ที่  $\leq 9$  แตกต่างกับผลรวม < 9 \*\*\*

⑤ ทักทอดเลขมาแล้วสิ

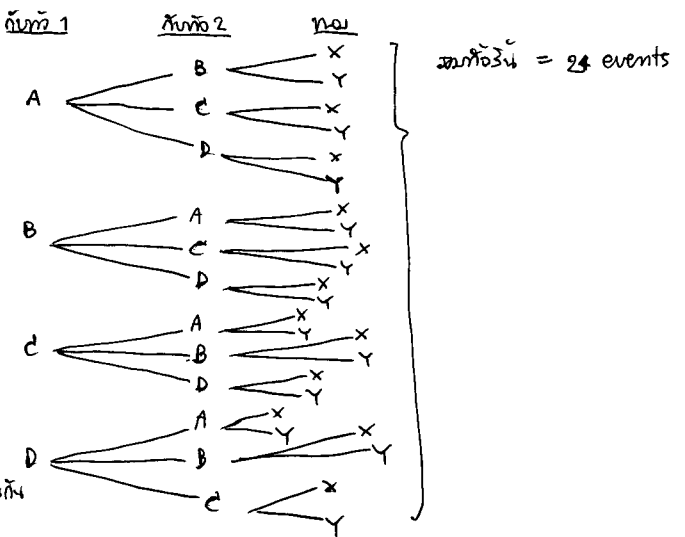


มาดูเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดกันดีกว่า ต้องระวังได้กับตัว 2 ตัว ทอย 1 ตัว เช่น (A, B) และ X เป็นผลรวมได้ (A, B, X) หรือ

\* โดยที่แบบมีเก็ดกับไม่มีเก็ด (A, B, X) หรือ (A, B, Y) หรือ (C, D, X) หรือ (C, D, Y) รวม 12 เหตุการณ์

เพราะจะดูจากผลรวมที่เก็ดหรือไม่ (A, B, X) หรือ (C, D, X) หรือ (A, B, Y) หรือ (C, D, Y) รวม 12 เหตุการณ์

เหตุการณ์ทั้งหมด (all events) จึงเป็น



⑥ Prob ที่ใส่จะไม่เกิน

ทั้งที่ไม่เจ็ด + เก็ดแล้ว + รวมแล้ว

คือเหตุการณ์ (A, B, Y) และ (B, A, Y) รวม 2 events

∴ Prob =  $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

แต่ถ้ารวมกัน ซ้ำกันแล้ว + ไม่เจ็ดอีก + มีเก็ดแล้ว (C, D, X) และ (D, C, X) รวม 2 events เช่นกัน

∴ Prob =  $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$  เช่นกันด้วย

Ans

เป็นชื่อ ความน่าจะเป็นในทฤษฎีจริง  $\rightarrow$  actual probability

มีนกักรบ 10 คน น้อยชื่อของเลขที่ 2 ตัวคือ 08 ทุกวัน, ทุกสัปดาห์, ทั้งปีทั้งชาติ

แต่ความน่าจะเป็นที่น้อยจะถูกกวาดคือ  $\frac{1}{100} = 0.01$  เป็นตัวเลขตัวเดียว ของกลุ่มเลข  $00 \rightarrow 99$   
 เลิกที่เลขตัวอื่น

นั่นคือ ชื่อนี้ น้อยอาจไม่ถูกกวาดเลยก็ได้ เพราะไม่มีใครรู้ชื่อของคนที่กวาดเลขอะไร \* รู้แต่ชื่อ เลขที่กวาดชื่อที่กวาดไปแล้ว

ที่กวาด =  $\frac{1}{100}$  นั่นคือ ความน่าจะเป็นทฤษฎีจริง = จำนวนคนที่ชื่อของเลขที่ 08 แล้วกวาด  $\frac{1}{10^{20} \rightarrow 10^{30}}$   $\approx 0$   
จำนวนคนที่เลขที่ใด ๆ 100 กวาดได้จะมีผลเท่ากับคนที่กวาด

↑  
 ทฤษฎีความน่าจะเป็น  
 T-T

น้อยอ่าน 57 แล้ว ความน่าจะเป็น (Prediction)

Case 1 คุกกี้รสส้ม 1 basket เป็น

- โยเกิร์ต 20 ชิ้น
- คุกกี้รสส้ม 15 ชิ้น
- กล้วย 9 ชิ้น

ความน่าจะเป็น  
 ถ้าคุกกี้ไม่ได้เลือกกินเลย คุกกี้จะได้อีกกี่ชิ้นในบิสกิต

ที่จะตายที่ (โยเกิร์ต) ส้ม เพราะมีปริมาณ เยอะที่สุด

โอกาสที่คุกกี้รสส้มจะกินโยเกิร์ต =  $\frac{20}{20+15+9} = \frac{20}{44}$

ในกรณีที่ โยเกิร์ตจะกินโยเกิร์ต =  $\frac{15}{44}$

หาโอกาสที่จะเป็นกล้วย =  $\frac{9}{44}$  (เท่านี้เอง) #

Case 2 ลูกสาวทอมชื่อ แสบๆ จะจับสลากได้เงิน 200 หรือ 300 (น้อยกิน)

สร. ก รับรางวัล จากมรดก 120 คน

สร. ข รับเงินก้อน (ไว้จับสลาก) = 300 คน

เลือกคนที่จับสลาก (เลือก) มาจับไป สร. ก

มีได้เงินรางวัล 200 คน

รับเงิน มาจับไป สร. ข

มีได้เงินรางวัล 600 คน (รับ 300 คน)

Case 3 วันเสาร์ เป็นเด็กกรุงทอม

ปกติออกจากบ้านเวลา 06.30 น.

ใช้วันเสาร์มีมรดกตกทอด 10 ล้าน

ติดเงิน 10 ล้าน 10 ล้าน

มรดกที่ 10 ล้านจากบ้าน นั่นแหละ!

ปกติไปทำงานทุกวันคือ วันเสาร์ นั่นแหละ!

ถ้าตัวไปโรงเรียน เพราะมีโถง 8 ใน 10 ที่จับสลากเงิน

หรือสิบ !!! (ตาม Weather forecast)

ความน่าจะเป็น =  $\frac{120}{200} = \frac{\text{จำนวนคนที่รับ}}{\text{จำนวนคนที่จับสลาก}}$   
 $= \frac{3}{5} \rightarrow$  สลากได้ เงิน 3 ใน 5

∴ ความน่าจะเป็น =  $\frac{\text{เด็กที่จับสลาก}}{\text{เด็กทั้งหมด}} = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$

คือ  $\frac{1}{2} = \frac{2.5}{5}$

จำนวนที่  $\frac{3}{5} \geq \frac{2.5}{5}$  เมื่อคิดเป็นเงินแล้ว  
 ได้  $\frac{6}{10} \geq \frac{5}{10}$

∴ ลูกสาว มีสิทธิ์จับสลากได้ มากกว่าลูกพี่สาว

↳ เลือกใน ความน่าจะเป็น \*\*\* ลูกพี่สาว อาจจับสลากได้ ในกรณีที่ลูกสาวตายไปแล้ว

Case 4 วันเสาร์ มีเด็กโรงเรียนนี้มาเรียนพิเศษ

บ้านแม่มีตึก เลขมาทบทวนกับทศบาล

แต่ได้เงินมากกว่า วันเสาร์ที่จับสลากนี้ มีมรดกมรดกเท่าที่ไปไว้ มีเงิน 200 คน

ใช้เงินวันเสาร์นี้ด้วยรวม 10 นิ้ว 8 นิ้ว 0800 - 1600

→ ถ้าที่ ถ้าห้องเป็นบ้าน น้อยจะกินอะไร?

→ ถ้า เป็นบ้านเลข 131 มีคนมาจับสลากที่กินกิน เมื่อเงิน 150 - 200 คน

→ เลขไม่ชัดแจ้ง 180 - 200 คนได้เลข

→ ก็โรงาม 7 แล้ว



คือ everything is possible  
 ตามที่ Beelzebub บอกไว้ว่า  
 "Nothing is impossible"

CASE 5

ใช้ น้ำมันปลูก แก้วมังกร ผลไม้รูปทรงกลม ผลมีเปลือกสีชมพูสด หัวในเนื้อเป็นสีขาว มีเมล็ดขนาดเล็ก เมล็ดไม่ฝัง

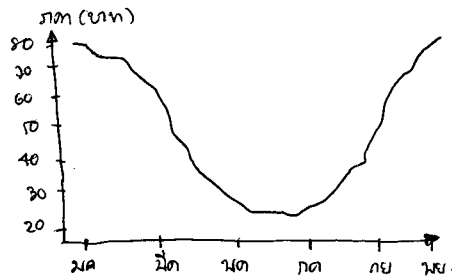
แก้วมังกรมีคุณภาพ 80 บาท/กก.

พอใช้หน้าปลูกแก้วมังกร มีเมล็ดจากตากเมล็ดเมื่อ กก.ละ 15-25 บาท เท่านั้น

จะเห็นได้ชัด ๆ ที่ ใช้ การตกผลึก เมล็ดต่อ 165g เพราะอะไร?

1. ใช้ การตกผลึก รูปแบบหนึ่ง / ลง ของเวลา

สังเกตว่า ราคแก้วมังกร ตกมาถูกมาก เป็นดังนี้



ตามที่เราไม่ทราบ ตระกูลจากพืชตระกูลส้ม  
คือช่วงเดือน เม.ย. → ส.ค. ราคาลดต่ำลงมาก ๆ  
นอกจากสภาพอากาศแล้ว เป็นฤดูฝน ผลสุกเร็วและมีเมล็ด  
แก้วมังกรชอบน้ำ เมื่อฝนตก ผลจะมีตะกอนมาก  
ทำให้ใช้ปริมาณในตารางมีมาก (demand ↓ supply ↑)

เมื่อราคาขึ้นไปตาม เส้นอุปสงค์/อุปทาน  
ทำกำไร → สินค้ามีมาก → ทดสอบ  
สินค้ามีน้อย → ราคามแพง เป็นธรรมดา ↓

2. จากบทนำทั้งหมด

- ถ้ามีเนื้อเป็นซี่ และวันไหน เป็นวันที่ 1 กุมภาพันธ์ เป็นเนื้อ เนื้อจะปลูกในเมล็ด  
พันธ์ี่ มีไม่ ปลูกเท่านั้น เพราะพบขี้ป นั่นนี้ราคาตกหนัก ๆ ทำอะไรได้ (ตกทุน)
- เช่นกัน ถ้าวันนี้เป็นวันที่ 15 ก.ค. เนื้อเนื้อ เนื้อจะทำอย่างไร  
พันธ์ี่ มีปลูกเน้นแบบสี เพราะเริ่มทำฤดูหนาว เช่นเริ่มไม่ตก - 9 แล้ว  
→ เนื้อน้อย → ผลผลิตต่อไร่ต่ำลง → ปลูกได้ไม่ดี

คิดต่อ ต้นต่อไร่ ๆ นี้ น่าจะใช้น้ำเนื้อ ๆ ตามปกติ การทำกำไรได้ไม่คุ้ม

CASE 6 เพราะต้องมาซื้อกระดาษสีใหม่ ผลิตใหม่ (เพราะเครื่องจักรเก่าเสีย?)

พอดีใช้ไป ≈ 2 ตันกระดาษ สี ต่ออาทิตย์ ๗ สี

ตาม ราคากระดาษสี ที่ขายว่า ๆ ที่ ขายสี

เพราะ ถ้าเป็นรถคันนี้ (Good standard) จะต้องมีกระดาษสีมาตรฐาน ผลิตสี และกระดาษสี ก่อนออกจากโรงงาน  
ถึงมือลูกค้า \* โรงงานสีซื้อกระดาษสีไว้ที่ ตามที่ราคากระดาษสีมีขึ้นจาก สหกรณ์ผลิต ≈ 0.00001  
ขนาดกระดาษ (  $\frac{\text{ราคาต่อจก}}{\text{ราคาต่อจกทั้งหมด}}$  ) =  $\frac{1 \text{ ตัน}}{10,000 \text{ ตัน}}$   
ในช่วงเวลา 17 เช่น 2009 เป็นต้น

นั่นคือ ในราคาที่ผลิตสี 10,000 ตัน ตามมีราคา 1 ตัน ไม่สามารถขายอยู่ 1 ตัน

\* สี 1 ตันนั้น เป็นสีที่ใหม่ ๆ สีไปหมด

ดังนั้นไม่เรียกที่ ขาย ก็ไม่รู้ว่าจะเรียกอะไรแล้ว

ในนักธุรกิจที่หาของนักเศรษฐศาสตร์เวลา ช่วง 2 ปี 3 ปี ต้องมีสินค้าที่ขาดแคลน (ขาดแคลน)

โดยข้อจำกัดจากเครื่อง C-130H ของรุ่น 601 ของปี 6 ตอนมีของ โดยนักเศรษฐศาสตร์จะแยกแยะให้ชัดเจน และมีส่วนช่วย  
ประเด็นคือ นักเศรษฐศาสตร์จะต้องการเงิน ที่หนัก ≈ 20 kg. ใช้บนตัว และจากสถิติที่ได้อีก

ตามค่าจะเป็นที่ร่วมนัก จะไม่ทาง = 0.000005 คือ 5 ตัวใน 100,000 ตัว (จริงๆ เทียบเป็น 0.5 ใน 1 ล้าน)

เมื่อค่าต่าง ๆ ที่ จากสถิติ 20,000 ตัว ตามมี 1 ตัว ที่ร่วมนักไม่ทาง คือ นักเศรษฐศาสตร์ต้องมีส่วนร่วมช่วยภายในเวลา

อีกไม่เกิน 2 วันที่



4 วันที่ ร่วมนักไม่ทาง

มีเวลาแค่ 2 วันที่ ที่ต้องตัดสินใจ ถึงร่วมช่วย

หาก 2 วันที่นี้ ไม่มีส่วนร่วม ความสูงที่เพิ่มจะไม่เพียงพอที่จะทำให้มีส่วนร่วมช่วยทางได้สมบูรณ์ และ คือ จะมีส่วนช่วยเพียง 4 วันที่

ก็จะตกถึงมือในสมการของ (นิยามของไม่ให้อาการมาแต่เอาเองด้วย)

ช่วยกันรณรงค์

การเมืองภาค โดยกรมของรัฐ 2 โดเมน ดีวีดี

1. โดเมน กิจจัดถูกเข้าขงสวย เพื่อลดมลพิษทางอากาศไว้ 100000

แนวคิดต่างๆ -> สมมุติฐานจากกรมควบคุมมลพิษ 10

-> ถ้าไม่ทำอะไรเลย ความน่าจะเป็นที่ทุกปี จะมีคนป่วยเพราะโรคไว้ 100000 = 0.7

หมายเหตุ: คนเดินดินทั่วไปแบบทั่วๆไปจำนวน 10 คน อาจป่วยด้วยโรคไว้ 100000 7 คน

ทำให้  $\frac{7}{10} = 0.7$

-> แต่ถ้ากิจจัดถูกเข้าขงสวย -> ขงสวยลดลง -> ขงก็ลดน้อยลงได้ -> คนป่วยน้อยลง

∴ ความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ป่วยไว้ 100000 ≈ 0.3 หรือ ≈ 0.4

ซึ่ง 0.3 < 0.7 ช่างเป็นผลดี แทน

- ช่างน้อยลง
- ตายน้อยลง
- ปั่นจักจี้ก็ลดลง
- ไม่เสียสุขภาพ, ไม่เสียเวลา
- ขาดความสะดวกสบายได้ไปอยู่ผู้ป่วยอื่นเช่นเดิม

2. โดเมน ป่าวิฤกษ์ที่ ก็เช่นกัน

ก็ช่วยกันรณรงค์แล้ว ความน่าจะเป็นที่... จะยังคงอยู่ ก็มีมากขึ้น

- แนวทางที่... จะเสียใจลง ก็ลดลง
- สามารถแก้ปัญหามลพิษได้มากขึ้น

๑๒๑

น้องๆ ลองใช้กรรมวิธีนี้กับข้ออื่นที่มีเงื่อนไขซับซ้อน

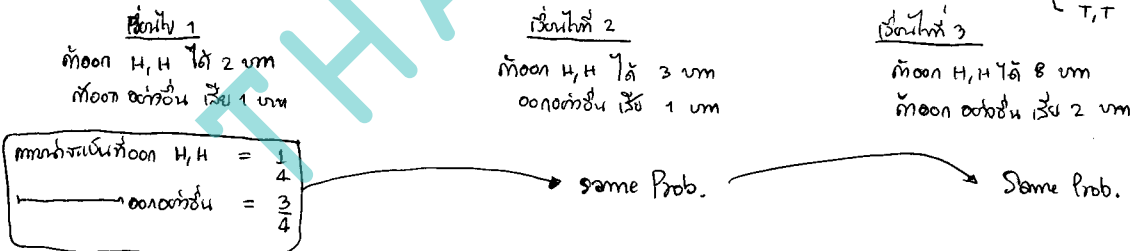
2.4 ความน่าจะเป็น กับทศนิยม

เราอาจใช้คำว่า "ค่าคาดหวัง" ซึ่ง ค่าคาดหวัง = (ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์) x (ผลตอบแทนของเหตุการณ์)

โดย ผลตอบแทนของเหตุการณ์ อาจเป็น < ผลได้ (+) หรือ ผลเสีย (-) ก็ได้

แนวคิดที่เกี่ยวกับทศนิยม Classic อันเนื่องมาจากเงินบาทนั้นขึ้น โดยเงิน 2 แขนงนี้ events ที่เกี่ยวข้อง

- H, H
- H, T
- T, H
- T, T



ค่าคาดหวัง = (ผลตอบแทน x Prob แบบ H, H) + (ผลตอบแทนที่เสีย x Prob ที่ไม่ใช่ H, H)

$$= (2 \times \frac{1}{4}) + (-1 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-1}{4}$$

same logical

$$= (3 \times \frac{1}{4}) + (-1 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

Same logical

$$= (8 \times \frac{1}{4}) + (-2 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{8}{4} - \frac{6}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

คำตอบ ตรงนี้ มีโอกาสเสียมากกว่าได้

โอกาสคือ 0 ไม่ได้มากกว่าเสีย

\* อย่างนี้... เงินบาทได้เพิ่ม (+) มีโอกาสได้มากกว่าเสีย





1) ถ้าซื้อหน่วยของ 2 หน่วยละ 200 บาท ราวแล้วคือเงิน 2,500 บาท

$$\text{ค่าตลาดรวม} = (2,500 \times \frac{2}{100}) + (0 \times \frac{99}{100}) = 50$$

โคม่าถูกมี 2 ใน 100

ซึ่ง ค่าตลาดรวม - เงินที่ลงทุน =  $50 - 200 = -150$  บาท นี่คือเงินที่โคม่าลงทุนอยู่

\* Point คือ ทำให้ ค่าตลาดรวม - เงินลงทุน ได้ผลลัพธ์ เช่น จักรกลอง (+) ขึ้นและขึ้นหรือขึ้นก็ได้ขึ้นก็ได้

2) ถ้าพบสลากเงินมอบละ 50 บาท ราวแล้วคือเงิน 2,500 บาท แล้ว ผู้ที่ซื้อไว้กำไรหรือไม่? [ ซื้อใบละ 50 บาท ]

$$\text{ค่าตลาดรวม} = (2,500 \times \frac{1}{100}) + (0 \times \frac{99}{100}) = 25$$

ซื้อ 1 ใบ โคม่าถูก =  $\frac{1}{100}$

ซึ่ง ค่าตลาดรวม - เงินลงทุน =  $25 - 50 = -25$  บาท

นี่คือเงินที่โคม่าลงทุน คำนวณแล้วกำไรหรือขาด

3) ถ้าเราพบเงินใบละ 100 บาท แล้ว เงินราวแล้วคือ 5,000 บาท แล้ว คนขายซื้อกำไรหรือไม่

$$\begin{aligned} \text{ค่าตลาดรวม} &= (5,000 \times \frac{1}{100}) + (0 \times \frac{99}{100}) \\ &= 50 \end{aligned}$$

ซึ่ง ค่าตลาดรวม - เงินลงทุน =  $50 - 100 = -50$  บาท คนขายซื้อกำไร  
เรา, คนซื้อ, ซื้อลงทุน

\* ถ้าเราซื้อที่ 100 บาท ใบละ 100 บาท ไม่ให้เงินราวแล้วคือ 10,000 บาท

ดังนั้น คนขายซื้อกำไร คนซื้อซื้อขาดทุน

\*\* นอกเหนือนี้เลือกเล่นหวยออกรางวัล 100 บาท โดยจ่ายแค่ 1 บาท นี่มันคุ้มได้ 100

ข้อ 65

ข้อ 65

1. งานทาสี มีนักอสังหาริมทรัพย์ 8 คน แบ่งไว้เงินสำหรับรางวัลและค่าจ้าง

นักอสังหาริมทรัพย์ → จ่ายเงินซื้อตั๋ว (ต่อคนละ 10 บาท)

→ ถ้าถูก 3 หรือ 6 จะได้อั่งตังค์ 20 บาท

โดย นักอสังหาริมทรัพย์ 1 คน ไม่เอาเงิน

1) ความน่าจะเป็นที่ นักอสังหาริมทรัพย์ จะได้อั่งตังค์ =  $\frac{\text{เลขคนที่ที่ชนะ 3 หรือ 6}}{\text{เลขคนที่ที่ชนะ 3 หรือ 6 หรือ 9 หรือ 12}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

กล่าวคือ โคม่าถูกรางวัล =  $\frac{1}{4}$

2) ความน่าจะเป็นที่จะไม่ถูกรางวัล =  $\frac{\text{เลขคนที่ที่ชนะไม่ 3 หรือ 6}}{\text{เลขคนที่ที่ชนะ 3 หรือ 6 หรือ 9 หรือ 12}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

นี่คือ นักอสังหาริมทรัพย์ 2 คนนี้ ต้องบอกกันได้ 1  
กล่าวคือ  $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$  ขึ้นเลข

3) ความน่าจะเป็นที่นักอสังหาริมทรัพย์จะได้เงิน =  $(\text{ผลคูณแทน} \times \text{Prob ที่จะได้เงิน}) + (\text{ผลลบ} \times \text{Prob ที่จะไม่ได้อั่งตังค์})$

$$= (20 \times \frac{1}{4}) + (-10 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{20}{4} - \frac{30}{4} = \frac{-10}{4} \rightarrow \text{ขาด}$$

ซึ่ง ค่าตลาดรวม - เงินลงทุน =  $\frac{-10}{4} - 10 = -\frac{50}{4}$  บาท นี่คือ นักอสังหาริมทรัพย์ 2 คนนี้ ได้มากกว่าเสีย  
นักอสังหาริมทรัพย์

4) ถ้าผมมีเงินลงทุน 2 หรือ 10 บาท เงินที่ถูกรางวัล และค่าจ้าง

เราต้องมาศึกษาความน่าจะเป็น โดย all events = (1, 1) (1, 2) ... (1, 7), (1, 8)

(2, 1) (2, 2) ...

...

(8, 1) (8, 2) ... (8, 8)

รวมทั้งหมด  
64 เหตุการณ์

\* ปกติได้ 3 และเลข 6 → คูณด้วยที่มีเลข 2 ตัวนี้ด้วย

ซึ่งจาก 64 เหตุการณ์นี้ มีอยู่เพียง 20 เหตุการณ์ คือ (1,3) (2,3) (3,3) (4,3) (5,3) (6,3) = 6 events  
 (3,1) (3,2) (3,4) (3,5) (3,6) (3,7) (3,8) = 7 events  
 (6,1) (6,2) (6,4) (6,5) (6,6) (6,7) (6,8) = 7 events.  
 = 20 events.

∴ ความน่าจะเป็นที่จะถูกรางวัล =  $\frac{20}{64}$

ความน่าจะเป็นที่จะไม่ถูกรางวัล =  $\frac{44}{64}$

∴ ค่าคาดหมาย = (เงินที่คาดว่าจะได้ × Prob ที่คาดว่าจะได้) + (เงินที่เสีย × Prob ที่คาดว่าจะไม่ได้)

=  $(20 \times \frac{20}{64}) + (-10 \times \frac{44}{64})$

=  $\frac{400}{64} - \frac{440}{64} = \frac{-40}{64} \rightarrow$  ค่าเฉลี่ย =  $(-\frac{5}{8})$

∴ แก้วตาซึ่งมีโอกาสที่จะเสียมากกว่าจะได้ เช่นเคย

มองกลับกัน ดูที่ความน่าจะเป็นที่จะมีรางวัล \*

ค่าคาดหมาย <sub>มีรางวัล</sub> = (เงินที่คาดว่าจะได้ × Prob ที่จะมีเลข 3 และ 6) + (เงินที่คาดว่าจะเสีย × Prob ที่จะมีเลข 3 และ 6)

=  $(10 \times \frac{44}{64}) + (-20 \times \frac{20}{64})$

=  $\frac{440}{64} - \frac{400}{64} = \frac{40}{64}$  เป็น (+)

แสดงว่า ค่าคาดหมายเป็นจำนวนบวก ที่จะมีโอกาสได้มากกว่าเสีย มีตัวเลข \*

(หน้า 66) ข้อ 2. ผลรวมของจำนวนสองตัว

ความน่าจะเป็นที่จะได้งาน = 0.6 กำไร ~ 300,000 บาท

ความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้งาน = 0.4 และเสียเงิน 200,000 บาท เป็นค่าใช้จ่ายในกรณีที่ขอประมูล  
 (เงินที่ได้คือ: ปกติเสีย: ทั่วไป แต่ยื่นขอต้องเสียเงินด้วย?)

ค่าคาดหมาย จึง = (เงินที่คาดว่าจะได้ × Prob ที่คาดว่าจะได้) + (เงินที่คาดว่าจะเสีย × Prob ที่คาดว่าจะเสีย)

=  $(300,000 \times 0.6) + (-200,000 \times 0.4)$

=  $180,000 - 80,000$

=  $100,000 \rightarrow$  เป็น (+) เป็นผลรวมบวกที่ดี

ถ้าดูจากสมการแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้งาน > ความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้อะไร

รวมทั้ง ผลตอบแทนที่ได้งาน > ผลเสียที่ไม่ได้งาน

∴ เบื้องต้นผลรวมเลขสับ โทกส์ชนะ มีสุ่มกว่า \*

สลาก กิน (ไม่ต่อ) แบ่งของรัฐบาล

รัฐบาลทยอยออก ที่มมีเลข 000000 ถึง 999999 รวม 1,000,000 หมายเลข ต่อ 1 ชุด (ซึ่งมี นอ้ผู้มากที่ กทบทย รวมนี้ไว้  
เป็นสิบเลขชุด เพื่อหลบรอยกเลขที่คนออกได้ ๑๑๑๑๑ ๑๑๑๑๑ ๑๑๑๑๑ ๑๑๑๑๑ ๑๑๑๑๑ )

ภยกรรางวัลเมื่อออกสลาก กิ มี 1sted อยู่ในหน้า ๒๗ นี้: ด้วย

รวม สลาก 1 ชุด มี 14,169 รางวัล เป็นเงิน 23,000,000 บาท ( 1 ใบ มี 2 ฉบับ )

note: ถ้ารัฐ ทยอยออกทันทีในงวด 80 บาท รวม 1,000,000 ใบ รัฐได้เงิน 80,000,000 แต่จ่ายรางวัลแค่ 46,000,000

∴ ยอดของรัฐได้กำไร =  $(80 - 46) \times 10^6 = 34 \times 10^6 = 34$  ล้านบาท

1 เดือน มี 2 งวด

1 ปี มี 24 งวด → ใน 24 งวด รัฐได้กำไร  $24 \times 34 \times 10^6 = 816 \times 10^6 = 816$  ล้านบาท

แน่นอนว่า หากกินกับกรรมสิทธิ์ของประชาชนไม่รวยก็ให้มันไปฟรีด้วย ค่ะ ค่ะ

แถม รัฐ มี 3 ภารกิจหลัก เก่งเรื่อง สถิติ (คงพูดง่ายดี ทบวัน ตบมาจงบั้น ๑๑๑) คิดออกคือ ใช้บัญชี ยี่สิบก็กำไรทุกงวดนะด้วย

ทั้งนั้นคนซื้อเลย จบแค่ ๒.4 คือไม่กิน นักคิดทบทวนเองด้วย เรื่องนี้เถาะ:

จากข้อมูลข้างต้น จงหาความถี่ในตาราง

note: ค่าคาดหมาย =  $(\text{ผลรวมทั้งหมด} \times \text{ความน่าจะเป็น}) + (\text{ผลเสีย} \times \text{ความน่าจะเป็น})$   
 (Term แรก (1st term)) (Term ที่สอง (2nd term))

เลขที่รางวัล	จำนวนรางวัล (บาท)	ความน่าจะเป็น	ผลรวมทั้งหมด x ความน่าจะเป็น (Term แรก ของสมการค่าคาดหมาย)
ถูกละท้าย 2 ตัว	1,000	$\frac{10,000}{1,000,000}$ (เลข 1,000,000 ตัว ) จะถูกละท้าย 2 ตัว แค่ 10,000 ตัว	$1,000 \times \frac{10,000}{1,000,000} = 1,000 \times \frac{1}{100} = 10$
ถูกละท้าย 3 ตัว	2,000	$\frac{4,000}{1,000,000} = \frac{4}{1,000}$	$2,000 \times \frac{4}{1,000} = 8$
ถูกรางวัลหัวตัว รางวัลที่หนึ่ง	50,000	$\frac{2}{1,000,000}$ (เลข <u>สอง</u> ในล้าน) (โคมสุกในล้าน)	$50,000 \times \frac{2}{1,000,000} = \frac{1}{10} = 0.02$
ถูกรางวัลที่ 5	10,000	$\frac{10}{1,000,000} = \frac{1}{100,000}$	$10,000 \times \frac{1}{100,000} = 0.1$
ถูกรางวัลที่ 4	20,000	$\frac{20}{1,000,000} = \frac{1}{50,000}$	$20,000 \times \frac{1}{50,000} = 0.4$
ถูกรางวัลที่ 3	40,000	$\frac{40}{1,000,000} = \frac{1}{25,000}$	$40,000 \times \frac{1}{25,000} = 1.6$
ถูกรางวัลที่ 2	100,000	$\frac{100}{1,000,000} = \frac{1}{10,000}$	$100,000 \times \frac{1}{10,000} = 10$
ถูกรางวัลที่ 1	2,000,000	$\frac{1}{1,000,000}$ * โคมสุก มีแค่ 1 ชุด ซึ่งอยู่ในล้าน	$2,000,000 \times \frac{1}{1,000,000} = 2$
ไม่ถูกรางวัลเลย	0	$\frac{1,000,000 - 14,169}{1,000,000} = \frac{985,832}{1,000,000}$	$0 \times \frac{985,832}{1,000,000} = 0 = 0$

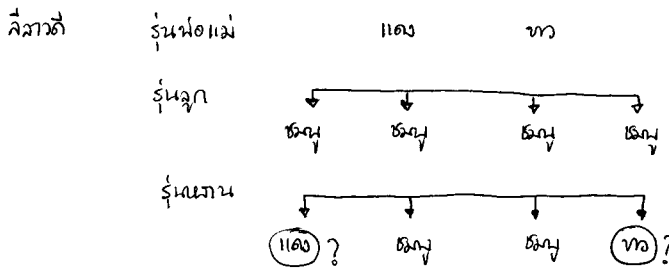
นี่ให้คนบ้านนี้ไปปลดแล้วกัน ด้วยทั้ง ค่าคาดหมาย (ค่าคาดหมาย) ของคนที่ซื้อสลาก 1 ฉบับ แล้วจะถูกรางวัลต่างๆก็เป็นอย่างไร

ลีลาวดี ลูกผสม

นักพันธุศาสตร์ที่เรารู้จักกับ Gregor Johann Mendel : AD 1822 - 1884

ผู้ก่อตั้ง & ต้นแบบทฤษฎีของเมนเดล ส่วนที่เราได้เรียนไว้คือทฤษฎีไปแล้ว นั่นเอง

กล่าวคือ หากนำลูกผสมของลีลาวดี แล้ว



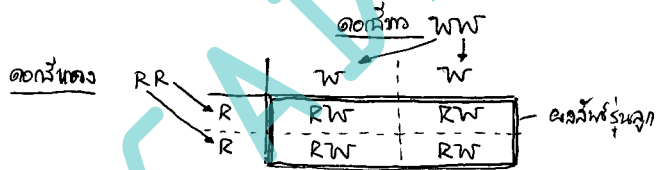
แต่ทำไมจึงเป็นแบบนั้น ?

ตามหลักอยู่ที่ที่หน่วยพันธุกรรม เมื่อ Gene สับ กล่าวคือ

สีดอกไม้	Gene
สีแดง	RR
สีขาว	WW
ชมพู	RW
ขาว	WW

CR = Red  
 W = White  
 Red + White = RW  
 ให้สีชมพูนั่นเอง

ที่รวม chart อธิบายได้ด้วย ๆ ที่

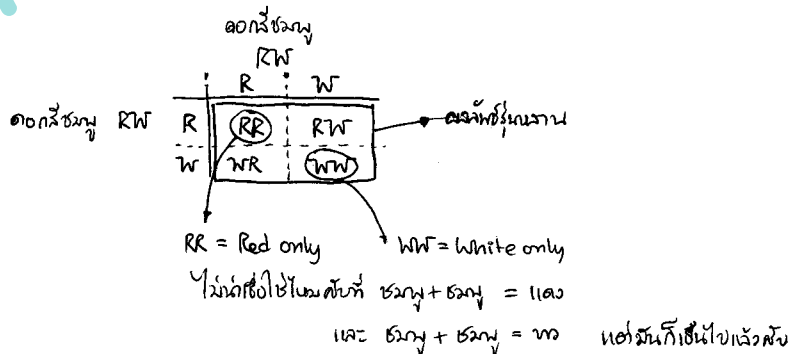


เมื่อเวลาขยายศึกษาตามแล้ว

1. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลีลาวดีดอกสีชมพูรุ่นหลาน =  $\frac{\text{เหตุการณ์ที่จะได้ดอกสีชมพู}}{\text{เหตุการณ์ทั้งหมด}} = \frac{4}{4} = 1$   
 ∴ เสมอพ่อแม่ สีทุกกับได้ ลูกสีชมพู เท่านั้น

2. ∴ Prob ที่จะได้ดอกสีลาวดีรุ่นลูกสีแดง หรือสีขาว =  $\frac{0}{4} = 0$

3. เมื่อแยกแยะตามความน่าจะเป็นในรุ่นลูก จะได้รุ่นหลาน



4. Prob ที่จะได้ดอกสีลาวดีสีชมพูในรุ่นหลาน =  $\frac{\text{RW และ WR รวม 2 events}}{\text{เหตุการณ์ทั้งหมด รวม 4 events}} = \frac{2}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)$

5. Prob ที่จะได้ดอกสีแดง หรือสีขาวในรุ่นหลาน =  $\frac{\text{RR หรือ WW รวม 2 events}}{\text{all events = 4 events}} = \frac{2}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)$  1/2 นั่น

ทั้งนี้ ขอบใจจริงๆ ฝึกทำแบบฝึกหัดนี้บ่อยๆ ก็จะทำให้ข้อสอบได้ตัว

จบบทที่ 2

21 JAN 09, 19.35 LT.