

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความหมายของสมการ

สมการ เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ = บอกรการเท่ากัน

สมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ เช่น $4x - 2 = 15$ เป็นสมการที่มี x เป็นตัวแปร และ $12 - 25 = -13$ เป็นสมการที่ไม่มีตัวแปร

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปรและมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า “สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.) $4x = 0$ 2.) $\frac{1}{3}x - 4 = 0$ 3.) $-1.5y + 1.5 = 0$ 4.) $2 - 3x = 0$

* สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวบอกอะไรแก่เรา ?

ตอบ จริง ๆ แล้ว เราใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c, \dots, x, y, z แทนตัวแปร แต่ที่เราพบเห็นอยู่เสมอ ๆ คือ ตัวแปร x และ y เพราะสามารถเขียนกราฟของสมการในระบบพิกัดฉาก XY ได้

ตัวอย่างเช่น

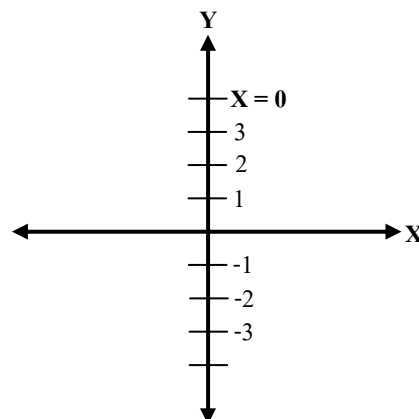
1. $4x = 0$

นำ 4 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{4x}{4} = \frac{0}{4}$$

$$x = 0$$

พิจารณาสมการ $x = 0$ จะเห็นว่าไม่ว่าค่า y จะเป็นเท่าใด จะได้ค่า $x = 0$ เสมอ เช่น $\dots, (0, -2), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (0, 2), \dots$ เขียนกราฟเส้นตรงในระบบพิกัดฉาก XY ได้ดังนี้



จะเห็นว่า สมการ $x = 0$ ก็คือแกน Y นั่นเอง

เพราะทุกพิกัดบนแกน Y มีค่า $x = 0$

$$2. \frac{1}{3}x - 4 = 0$$

นำ 4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{3}x - 4 + 4 = 0 + 4$$

$$\frac{1}{3}x = 4$$

นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

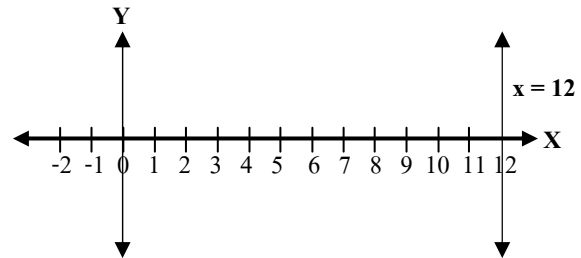
$$\frac{1}{3}x (3) = 4 (3)$$

$$x = 12$$

พิจารณาสมการ $x = 12$ จะเห็นว่าไม่ว่าค่า y จะเป็นเท่าใด
จะได้ค่า $x = 12$ เสมอ

เช่น ..., (12, -2), (12, -1), (12, 0), (12, 1), (12, 2), ...

เขียนกราฟเส้นตรงในระบบพิกัดฉาก XY ได้ดังนี้



จะเห็นว่า สมการ $x = 12$ ขนานแกน Y

$$3. -1.5y + 1.5 = 0$$

นำ 1.5 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

$$-1.5y + 1.5 - 1.5 = 0 - 1.5$$

$$-1.5y = -1.5$$

นำ -1.5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

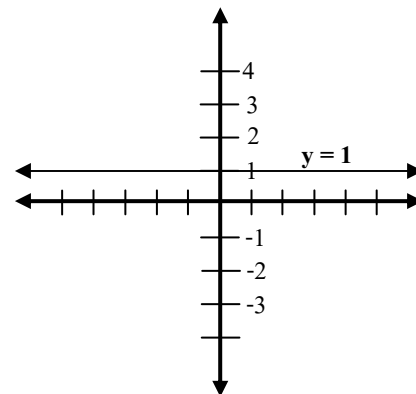
$$\frac{(-1.5)y}{(-1.5)} = \frac{(-1.5)}{(-1.5)}$$

$$y = 1$$

พิจารณาสมการ $y = 1$ จะเห็นว่าไม่ว่าค่า x จะเป็นเท่าใด
จะได้ค่า $y = 1$ เสมอ

เช่น ..., (-2, 1), (-1, 1), (0, 1), (1, 1), (2, 1), ...

เขียนกราฟเส้นตรงในระบบพิกัดฉาก XY ได้ดังนี้



จะเห็นว่า สมการ $y = 1$ ขนานแกน X

จากทั้งสามตัวอย่างข้างต้น แสดงให้เห็นว่า

• สมการ $x =$ จำนวนจริงใด ๆ เช่น $x = 2, x = 5, x = \frac{-1}{4}$ เป็นกราฟเส้นตรงที่ขนานแกน Y

และสมการ $x = 0$ คือแกน Y นั่นเอง

• สมการ $y =$ จำนวนจริงใด ๆ เช่น $y = 2, y = 5, y = \frac{-1}{4}$ เป็นกราฟเส้นตรงที่ขนานแกน X

และสมการ $y = 0$ คือแกน X นั่นเอง

“มองภาพได้ง่ายขึ้นแล้วใช่ไหมครับ การที่เราสามารถมองภาพรวมของสมการ และรู้วิธีแก้สมการที่ถูกวิธี ทำให้เราหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว และประหยัดเวลาในการคิดได้มากที่สุด” 😊

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้ว ทำให้สมการเป็นจริง
ซึ่งการแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการนั่นเอง

สามารถใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ
เพื่อหาคำตอบของสมการได้

สมบัติของการเท่ากัน มีดังนี้

1. สมบัติสมมาตร

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

เช่น $68 = 4x$

$\therefore 4x = 68$

2. สมบัติถ่ายทอด

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

เช่น ถ้า $x = 6 - 4$ และ $6 - 4 = 2$ แล้ว $x = 2$

ถ้า $y = \frac{4}{5}$ และ $\frac{4}{5} = 7$ แล้ว $y = 7$

3. สมบัติการบวก

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

เช่น ถ้า $a = 5$ แล้ว $a + 7 = 5 + 7$

ถ้า $2 - b = 4$ แล้ว $2 - b - 2 = 4 - 2$

4. สมบัติการคูณ

ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

เช่น ถ้า $3 + n = 4m$ แล้ว $4(3 + n) = 4(4m)$

ถ้า $8n - 2 = 12$ แล้ว $2(4n - 1) = 2(6)$

→ การแยกตัวประกอบ

ซึ่งเป็นบทกลับของสมบัติการคูณ

แต่ที่กล่าวมาข้างต้นนั้น **มันแค่หลักการครับ** เวลาแก้สมการจริง ๆ แล้ว วิธีคิด “ให้ไว้” และ “ได้ผล” ดังต่อไปนี้ครับ

1. จัดรูปสมการไม่ให้ติดเศษส่วนหรือทศนิยม

2. จัดรูปสมการในข้อ 1. ให้เป็นรูปอย่างง่าย

4. ย้ายข้างตัวเลขอยู่ส่วนตัวเลข ตัวแปรอยู่ส่วนตัวแปร โดยอาศัยหลักการเครื่องหมายตรงข้าม ดังนี้

ย้ายข้าง + ให้เป็น -

ย้ายข้าง - ให้เป็น +

ย้ายข้าง \times ให้เป็น \div

ย้ายข้าง \div ให้เป็น \times

ง่ายไหมครับ เครื่องหมายตรงข้ามนั่นเอง
ลองดูตัวอย่างต่อไปนี้ครับ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $-\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

วิธีทำ วิธีตามหนังสือ

$$-\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

นำ $\frac{2}{3}$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{2}y = -\frac{1}{6}$$

นำ -2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \left(-\frac{1}{2}y\right)(-2) = -\frac{1}{6}(-2)$$

$$y = \frac{1}{3}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{1}{3}(p-5) = 2p-1$

วิธีทำ วิธีตามหนังสือ

$$\frac{1}{3}(p-5) = 2p-1$$

นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{1}{3}(p-5)(3) = 3(2p-1)$$

$$p-5 = 6p-3$$

นำ -6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } -6p+p-5 = 6p-3-6p$$

$$-5p-3 = -3$$

นำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } -5p-5+5 = -3+5$$

$$-5p = 2$$

นำ -5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{-5p}{-5} = \frac{2}{-5}$$

$$p = \frac{-2}{5}$$

13 บรรทัด ซึ่งยาวนานครับ.

วิธีของเรา

$$-\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

ย้าย $+\frac{2}{3}$ จากบวกเป็นลบ (ย้ายตัวเลขให้อยู่ฝั่งเดียวกัน)

$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6}$$

ย้าย -2 จากหารเป็นคูณ

$$y = -\frac{1}{6}(-2) = \frac{1}{3}$$

ข้อนี้มันสั้นครับ ดูข้อต่อไปจะเห็นความแตกต่างอย่างชัดเจน

วิธีของเรา

$$\frac{1}{3}(p-5) = 2p-1$$

$$p-5 = 3(2p-1) = 6p-3 \quad (\text{ย้าย 3 จากหารเป็นคูณ})$$

$$-5+3 = 6p-p \quad (\text{ย้ายเลขมาฝั่งเลข ตัวแปรมาฝั่งตัวแปร})$$

$$-2 = 5p$$

$$5p = -2 \quad (\text{สมบัติสมมาตร})$$

$$p = \frac{-2}{5} \quad (\text{ย้าย 5 จากคูณเป็นหาร})$$

6 บรรทัด สั้นและเร็วกว่าไหมครับ?

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{8}{3}x = \frac{6}{5}x + 22$

วิธีทำ จากโจทย์จะเห็นว่าเราย้าย 5 จากหารไปคูณกับ $\frac{8}{3}x$ ไม่ได้ เพราะ 5 ไม่ใช่ตัวหารของเลขทั้งหมด

ต้องย้ายชุดตัวแปรมาฝั่งเดียวกัน

จะได้ $\frac{8}{3}x - \frac{6}{5}x = 22$

$x \left(\frac{8}{3} - \frac{6}{5} \right) = 22$ (ดึง x ที่เป็นตัวประกอบร่วมออกมา)

$x \left(\frac{40-18}{15} \right) = 22$ (หา ค.ร.น. ของ 3 และ 5 เพื่อลบเศษส่วน)

$x = 22 \times \frac{15}{22}$ (ย้ายข้างหารเป็นคูณ; คูณเป็นหาร)

$x = 15$

ข้อนี้เราทำ 5 บรรทัดครับ แต่หนังสือทำ 11 บรรทัด

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $3(y-6) - 2(5+3y) = 5$

วิธีทำ คูณตัวประกอบร่วมเข้าไปให้ได้เอกนามแต่ละตัว แล้วจับตัวเลขคู่ตัวเลข ตัวแปรคู่ตัวแปร

$3y - 18 - 10 - 6y - 5 = 0$

(ย้าย 5 มาด้วย เป็น -5)

จะได้ $\begin{aligned} -3y - 33 &= 0 \\ 0 &= -3y - 33 \\ 3y &= -33 \\ y &= \frac{-33}{3} = -11 \end{aligned}$

บางคนเก่งแล้วทำอย่างนี้ได้เลย ย้าย $-3y$ เป็น $3y$

$\begin{aligned} -33 &= 3y \\ \frac{-33}{3} &= y \\ y &= -11 \end{aligned}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ $\frac{x}{9} - \frac{2(x-1)}{3} = \frac{4-5x}{6}$

วิธีทำ แก้ปัญหาเศษส่วนก่อนเลยครับ หา ค.ร.น. ของ 9, 3 และ 6 ได้ 18

นำ 18 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$(18) \frac{x}{9} - \frac{(18)2(x-1)}{3} = (18) \frac{(4-5x)}{6}$

$2x - 12x + 12 = 12 - 15x$

$2x - 12x + 15x = 12 - 12$

$5x = 0$

$x = 0$

ย้ายตัวเลขมาฝั่งตัวเลข ตัวแปรไปฝั่งตัวแปร

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการ $\frac{a+7}{3} - (2-a) = \frac{a-5}{6}$

วิธีทำ กำจัดตัวส่วนโดยการคูณด้วย ค.ร.น. ของ 3 และ 6 ทั้งสองข้างของสมการ

$$(6) \left(\frac{a+7}{3} \right) - 6(2-a) = 6 \left(\frac{a-5}{6} \right)$$

$$2a + 14 - 12 + 6a = a - 5$$

$$2a + 6a - a = -5 - 14 + 12$$

$$7a = -7$$

$$a = \frac{-7}{7} = -1$$

ย้ายตัวเลขมาฝั่งตัวเลข ตัวแปรไปฝั่งตัวแปร

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้สมการ $\frac{2x}{15} + \frac{x+6}{12} = \frac{3}{10}(x+15)$

วิธีทำ กำจัดตัวส่วนโดยการคูณด้วย ค.ร.น. ของ 15, 12 และ 10 นั่นคือ 60 ทั้งสองข้างของสมการ

$$(60) \frac{2x}{15} + 60 \frac{(x+6)}{12} = (60) \frac{3}{10} (x+15)$$

$$8x + 5x + 30 = 18x + 270$$

$$8x + 5x - 18x = 270 - 30$$

$$-5x = 240$$

$$x = \frac{240}{-5} = -48$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 8 จงแก้สมการ $4.5(2-3x) + 0.8x = 2.3(x+30)$

วิธีทำ คูณตัวประกอบเข้าไป เพื่อให้ได้เอกนามแต่ละตัว

$$(4.5)(2) - (4.5)(3x) + 0.8x = 2.3x + (2.3)(30)$$

$$9 - 13.5x + 0.8x = 2.3x + 69$$

$$-13.5x + 0.8x - 2.3x = 69 - 9$$

$$-15x = 60$$

$$x = \frac{60}{-15} = -4$$

ย้ายตัวเลขมาฝั่งตัวเลข ตัวแปรไปฝั่งตัวแปร

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9 จงแก้สมการ $0.12y - 1.6(y-2) = 6.8 - 1.28y$

วิธีทำ คูณตัวประกอบเข้าไป เพื่อให้ได้เอกนามแต่ละตัว

$$0.12y - 1.6y + 3.2 = 6.8 - 1.28y$$

$$0.12y - 1.6y + 1.28y = 6.8 - 3.2$$

$$-0.2y = 3.6$$

$$y = \frac{3.6}{-0.2} = -18$$

ย้ายตัวเลขมาฝั่งตัวเลข ตัวแปรไปฝั่งตัวแปร

ตอบ

ตัวอย่างที่ 10 จงแก้สมการ $\frac{2x-5}{2} - \frac{5+3x}{4} = \frac{2x-1}{2} - \frac{5x-2}{8}$

วิธีทำ กำจัดตัวส่วนโดยการคูณด้วย ค.ร.น. ของ 2, 4 และ 8 นั่นคือ 8 ทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{8(2x-5)}{2} - \frac{8(5+3x)}{4} = \frac{8(2x-1)}{2} - \frac{8(5x-2)}{8}$$

$$8x - 20 - 10 - 6x = 8x - 4 - 5x + 2$$

$$8x - 6x - 8x + 5x = -4 + 2 + 20 + 10$$

ย้ายตัวเลขมาฝั่งตัวเลข ตัวแปรไปฝั่งตัวแปร

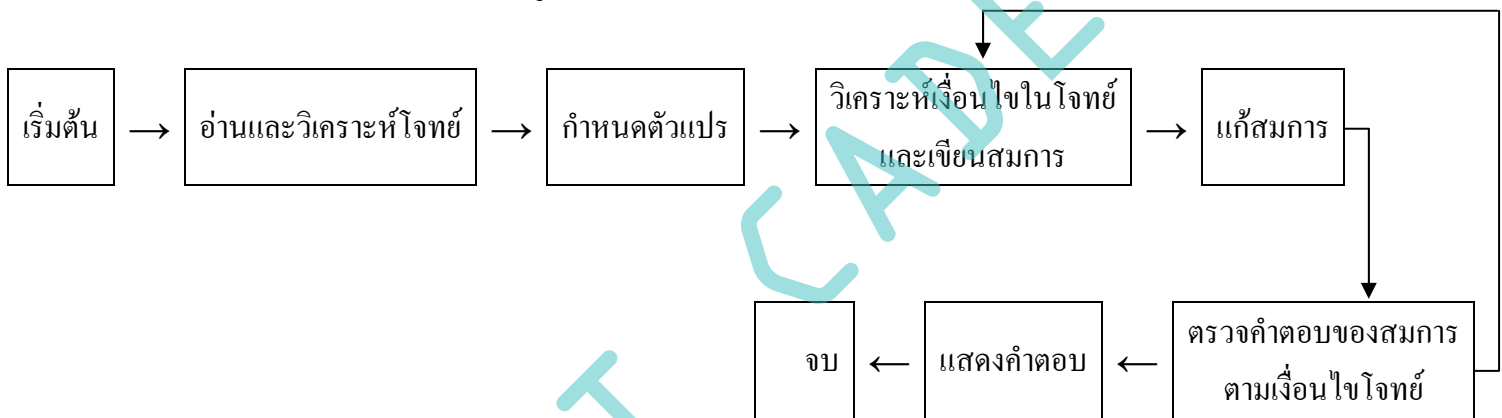
$$-x = 28$$

$$x = \frac{28}{-1} = -28$$

ตอบ

2. การนำไปใช้

ขั้นตอนการแก้สมการจากประโยคสัญลักษณ์เป็นดังนี้



2.1 ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

ตัวอย่างที่ 11 ผลบวกของจำนวนสองจำนวน คือ 14 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 40 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนหนึ่ง

อีกจำนวนหนึ่งน้อยกว่าจำนวนแรกอยู่ 40 แทนด้วย $x - 40$

เนื่องจากผลบวกของทั้งสองจำนวน คือ 14

$$\text{จะได้สมการเป็น } x + (x - 40) = 14$$

$$x + x - 40 = 14$$

$$2x = 14 + 40 = 54$$

$$x = \frac{54}{2} = 27$$

ดังนั้น จำนวนเต็มตัวแรก คือ 27 และจำนวนเต็มตัวที่สอง คือ $27 - 40 = -13$

ตรวจคำตอบ โจทย์กำหนดให้ผลบวกของจำนวนสองจำนวน คือ 14

$$\text{แทนค่า } 27 + (-13) = 27 - 13 = 14 \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น จำนวนเต็มทั้งสองจำนวน คือ 27 และ -13

ตอบ

ตัวอย่างที่ 12 ผลบวกของจำนวนคู่สี่จำนวนเรียงติดกันเท่ากับ 212 จงหาจำนวนทั้งสี่

วิธีทำ พิจารณาจำนวนคู่เรียงติดกัน เช่น $2, 4, 6, \dots$
เราจะเขียนแทนจำนวนเหล่านี้ได้ว่า $2, 2+2, 2+4, \dots$
นั่นคือ ถ้าสมมติให้จำนวนแรกเป็น x จะได้ $x, x+2, x+4, \dots$
ดังนั้น แปลงโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้

$$\begin{aligned}x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) &= 212 \\x + x + 2 + x + 4 + x + 6 &= 212 \\4x + 12 &= 212 \\4x &= 212 - 12 = 200 \\x &= \frac{200}{4} = 50\end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนคู่ที่เรียงติดกัน $x, x + 2, x + 4$ และ $x + 6$
คือ **50, 52, 54 และ 56**

ตอบ

อย่างที่พี่เคยบอกว่า

การจะประสบความสำเร็จในการสอบได้

ต้องตะลุยทำโจทย์ให้มาก ๆ

จ้ะ...เรามาตะลุยทำโจทย์กันดีกว่าครับ.



1. จงหาจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงติดกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น -255

วิธีทำ สมมติให้จำนวนเต็มตัวแรก คือ x

ดังนั้น จำนวนเต็มสามจำนวนเรียงติดกัน คือ $x, x + 1, x + 2$

เขียนประโยคสัญลักษณ์ $x + (x + 1) + (x + 2) = -255$

$$x + x + 1 + x + 2 = -255$$

$$3x + 3 = -255$$

$$3x = -255 - 3 = -258$$

$$x = \frac{-258}{3} = -86$$

ดังนั้น จำนวนเต็มสามจำนวน $x, x + 1, x + 2$

คือ $-86, -86 + 1, -86 + 2$ หรือ **$-86, -85, -84$**

ตอบ

2. จงหาจำนวนที่สามจำนวนที่เรียงติดกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น -87

วิธีทำ สมมติให้จำนวนที่ตัวแรก คือ x

ดังนั้น จำนวนที่สามจำนวนเรียงติดกัน คือ $x, x+2, x+4$

$$\begin{aligned} \text{จากโจทย์เขียนประโยคสัญลักษณ์ } x + (x+2) + (x+4) &= -87 \\ x + x + 2 + x + 4 &= -87 \\ 3x + 6 &= -87 \\ 3x &= -87 - 6 = -93 \\ x &= \frac{-93}{3} = -31 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนเต็มสามจำนวน $x, x+2, x+4$

คือ $-31, -31+2, -31+4$ หรือ $-31, -29, -27$

ตอบ

จะเห็นว่า แนวคิดของข้อ 1 และ ข้อ 2 นั้นเหมือนกัน ถ้าจำนวนเต็มเรียงติดกัน คือ $x, x+1, x+2, \dots$

ถ้าจำนวนเต็มคู่ หรือจำนวนเต็มคี่เรียงติดกัน คือ $x, x+2, x+4, \dots$ เพราะจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ที่เรียงติดกัน จะมีค่าห่างกัน 2 หน่วย

3. ผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเป็น -61 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 17 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ กำหนดให้จำนวนเต็มตัวแรก คือ x , ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่ง คือ $-61 - x$

เพราะ จำนวนสองจำนวนบวกกัน $= -61$

หมายถึง $x + (-61 - x) = x - 61 - x = -61$ จริง

กำหนดให้จำนวนที่มากกว่า คือ x และจำนวนที่น้อยกว่า คือ $-61 - x$

ดังนั้น เขียน “จำนวนหนึ่งน้อยกว่าสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 17” เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ $3x - (-61 - x) = 17$

$$\begin{aligned} \text{จาก } 3x - (-61 - x) &= 17 \\ 3x + 61 + x &= 17 \\ 4x &= 17 - 61 = -44 \\ x &= -11 \end{aligned}$$

ถ้าจำนวนแรกคือ -11 อีกจำนวนหนึ่ง คือ $-61 - x$ หรือ $-61 - (-11) = -61 + 11 = -50$ **ตอบ**

ข้อสังเกต ถ้าเรากำหนดให้ $-61 - x$ เป็นจำนวนที่มากกว่า และ x เป็นจำนวนที่น้อยกว่า

$$\begin{aligned} \text{ลองคำนวณแบบนี้ดูนะครับ ; } 3(-61 - x) - x &= 17 \\ -183 - 3x - x &= 17 \\ -4x &= 17 + 183 = 200 \\ x &= \frac{200}{-4} = -50 \end{aligned}$$

เมื่อ $x = -50$ ดังนั้น $-61 - x$ คือ $-61 - (-50) = -61 + 50 = -11$ เช่นกัน

Hint : คำถามลักษณะใครมากกว่าใคร ใครน้อยกว่าใคร มากหรือมากน้อยกว่าอยู่เท่าไร ... น่ากลัวมาก!!!

เพราะน้อง ๆ ตีความกันไม่เป็น

คนทั่วไปตีความอย่างนี้ → พี่มีเงินมากกว่าฉันอยู่ 3 บาท ตีความเป็น พี่ > ฉัน = 3 บาท
ซึ่งประโยคสัญลักษณ์ พี่ > ฉัน = 3 บาท นั้น มันใช้แก้ปัญหาไม่ได้ครับ
เพราะมีทั้งเครื่องหมาย > และ = อยู่ในประโยคเดียวกัน

คนคิดเก่งตีความอย่างนี้ → พี่มีเงินมากกว่าฉันอยู่ 3 บาท แปลว่า เงินพี่ลบเงินฉันเท่ากับ 3 บาท
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ พี่ - ฉัน = 3 บาท
อย่างนี้จึงจะเรียกได้ว่า “คิดได้” และ “คิดเป็น” ครับ

4. จำนวนคู่สองจำนวนเรียงติดกัน เมื่อนำ 6 มาลบออกจากจำนวนที่มากกว่า แล้วคูณด้วย 3 จะได้ผลลัพธ์เท่ากับเมื่อนำ 4 มาบวกกับจำนวนที่น้อยกว่า แล้วคูณด้วย 7 จงหาจำนวนคู่สองจำนวนนั้น

วิธีทำ จำนวนคู่สองจำนวนเรียงติดกัน ให้จำนวนแรก คือ x ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่งคือ $x + 2$

ให้จำนวนที่มากกว่า คือ $x + 2$ จำนวนที่น้อยกว่า คือ x

จากประโยคภาษาข้างต้น เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$[(x + 2) - 6] \times 3 = [4 + x] \times 7$$

แก้สมการค่า x ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{จาก } [(x + 2) - 6] \times 3 &= [4 + x] \times 7 \\ (x - 4)(3) &= (x + 4)7 ; [4 + x = x + 4] \\ 3x - 12 &= 7x + 28 \\ -12 - 28 &= 7x - 3x \\ 4x &= -40 \\ x &= \frac{-40}{4} = -10 \end{aligned}$$

ถ้าจำนวนแรก คือ $x = -10$ ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่ง คือ $x + 2 = -10 + 2 = -8$

ตอบ

5. ถ้าผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเท่ากับ 20 และผลต่างของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 2 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ สมมติให้จำนวนเต็มตัวแรก คือ x ดังนั้น จำนวนเต็มอีกตัวหนึ่ง คือ $20 - x$

$$\begin{aligned} \text{จากโจทย์เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ } x - (20 - x) &= 2 \\ x - 20 + x &= 2 \\ 2x &= 2 + 20 = 22 \\ x &= \frac{22}{2} = 11 \end{aligned}$$

ถ้าจำนวนแรก คือ 11 ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่ง คือ $20 - x = 20 - 11 = 9$

ตอบ

6. จำนวนเต็มสองจำนวน จำนวนแรกน้อยกว่าจำนวนที่สองอยู่ 15 ถ้าคูณจำนวนแรกด้วย 3 และบวกด้วยสองเท่าของจำนวนที่สอง จะได้ผลลัพธ์เป็น 80 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้จำนวนแรกน้อยกว่าจำนวนที่สองอยู่ 15 สมมติให้จำนวนแรก คือ x จำนวนที่สอง คือ $15 + x$

$$\begin{aligned} \text{จากโจทย์เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้} \quad 3x + 2(15 + x) &= 80 \\ \text{แก้สมการได้} \quad 3x + 2(15) + 2x &= 80 \\ 5x &= 80 - 30 &= 50 \\ x &= \frac{50}{5} &= 10 \end{aligned}$$

ถ้าจำนวนแรก คือ **10** ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่ง คือ $15 + x = 15 + 10 = 25$ **ตอบ**

7. นตท.ผ่านฟ้า สอบแข่งขันคณิตศาสตร์สองครั้ง แต่แต่ละครั้งคะแนนเต็ม 100 คะแนน ครั้งแรกเขาสอบได้ 75 คะแนน เขาต้องสอบครั้งที่สองให้ได้คะแนนเท่าใด จึงจะได้คะแนนเฉลี่ยของการสอบทั้งสองครั้งเป็น 80 คะแนน

วิธีทำ คะแนนเฉลี่ยของการสอบทั้งสองครั้ง = $\frac{\text{คะแนนสอบครั้งแรก} + \text{คะแนนสอบครั้งที่สอง}}{2}$

$$\text{แทนค่าได้} \quad 80 = \frac{75 + \text{คะแนนสอบครั้งที่สอง}}{2}$$

ดังนั้น คะแนนสอบครั้งที่สอง = $80(2) - 75 = 85$

∴ เขาต้องทำคะแนนสอบครั้งที่สองให้ได้ 85 คะแนน

จึงจะได้คะแนนเฉลี่ยของการสอบทั้งสองครั้งเป็น 80 คะแนน **ตอบ**

8. นักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย ถ้ามีนักเรียนชายย้ายมาเพิ่ม 6 คน และนักเรียนหญิงย้ายออก 5 คน แล้วนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงจะมีจำนวนเท่ากัน จงหาจำนวนนักเรียนในห้องนี้

วิธีทำ กำหนดให้มีจำนวนนักเรียนชาย x คน

ดังนั้น มีจำนวนนักเรียนหญิง $2x$ คน

นักเรียนชายเพิ่ม 6 คน หมายถึง $x + 6$

นักเรียนหญิงลด 5 คน หมายถึง $2x - 5$

โจทย์กำหนดให้ $x + 6 = 2x - 5$

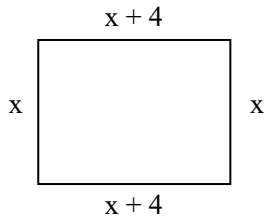
แก้สมการได้ $6 + 5 = 2x - x$

$x = 11$

ดังนั้น นักเรียนในห้องนี้มีจำนวน $x + 2x = 11 + 2(11) = 11 + 22 = 33$ คน **ตอบ**

9. ลวดหนามชนิดหนึ่งยาว 36 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร ได้พอดี จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้

วิธีทำ



ถ้าสมมติให้ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว x เมตร
 ดังนั้น ให้ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว $x + 4$ เมตร
 จากรูปและโจทย์ $x + x + (x + 4) + (x + 4) = 36$ เมตร
 $x + x + x + 4 + x + 4 = 36$
 $4x + 8 = 36$
 $x = \frac{36 - 8}{4} = \frac{28}{4} = 7$ เมตร
 ดังนั้น สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ กว้าง 7 เมตร ยาว $7 + 4$ หรือ 11 เมตร

ตอบ

10. แม่แบ่งที่นาให้ลูกสองคน คนแรกได้รับ $\frac{2}{5}$ ของที่มีอยู่ คนที่สองได้น้อยกว่าคนแรก 5 ไร่ ปรากฏว่าแม่ยังเหลือที่นาอยู่อีก 15 ไร่

จงหาว่าเดิมแม่มีที่นากี่ไร่

วิธีทำ ถ้าที่นาถูกแบ่งให้ลูกสองคน

สมมติให้ที่นาทั้งหมดมี x ไร่ ลูกคนแรกได้รับ $\frac{2}{5}x$ ไร่ คนที่สองได้รับ $\frac{2}{5}x - 5$ ไร่

จากโจทย์เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ $x = \frac{2}{5}x + \left(\frac{2}{5}x - 5\right) + 15$

$x = \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}x - 5 + 15$

$x - \frac{2}{5}x - \frac{2}{5}x = -5 + 15 = 10$

$x \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{2}{5}\right) = 10$

$\frac{1}{5}x = 10$

$x = 10(5) = 50$

ดังนั้น เดิมแม่มีที่นาทั้งหมด 50 ไร่

ตอบ

11. สามปีที่แล้วบุตรมีอายุเท่ากับหนึ่งในห้าของอายุปัจจุบันของบิดา อีกห้าปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุมากกว่าอายุของบุตร 25 ปี จงหาอายุปัจจุบันของบิดาและบุตร

วิธีทำ กำหนดให้ปัจจุบันบิดาอายุ x ปี ทำให้สามปีที่แล้วบุตรมีอายุ $\frac{x}{5}$ ปี

ดังนั้น ปัจจุบันบุตรอายุ $\frac{x}{5} + 3$ ปี

ทำให้อีกห้าปีข้างหน้าบิดาอายุ $x + 5$ ปี และบุตรอายุ $\left(\frac{x}{5} + 3\right) + 5 = \frac{x}{5} + 8$ ปี

จากโจทย์เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ว่า $(x + 5) - \left(\frac{x}{5} + 8\right) = 25$

$$x + 5 - \frac{x}{5} - 8 = 25$$

$$x - \frac{x}{5} = 25 - 5 + 8 = 28$$

$$\frac{4}{5}x = 28$$

$$x = 28 \times \frac{5}{4} = 35 \text{ ปี}$$

ถ้าปัจจุบันบิดาอายุ 35 ปี ดังนั้น บุตรอายุ $\frac{x}{5} + 3 = \frac{35}{5} + 3 = 10$ ปี **ตอบ**

12. ท่อประปาท่อหนึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 6 เซนติเมตร ถ้าท่อประปาท่อนี้จุน้ำได้ 1,386 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะมีความยาวเท่าใด (ใช้สูตร $V = \pi r^2 l$ เมื่อ V แทนปริมาตรของทรงกระบอก r แทนรัศมีของฐานของทรงกระบอก l แทนความยาวของทรงกระบอก และกำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

วิธีทำ จากสูตร $V = \pi r^2 l$

จากโจทย์ $r = \frac{D}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$

แทนค่า $V = 1,386 \text{ cm}^3$, $\pi = \frac{22}{7}$, $r = 3$ และเราต้องหาค่า l

จาก $V = \pi r^2 l$

ดังนั้น $l = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{1,386}{\frac{22}{7} \times 3^2} = \frac{1,386 \times 7}{22 \times 9} = 49 \text{ cm}$

ดังนั้น ท่อน้ำนี้มีความยาว 49 เซนติเมตร **ตอบ**

2.2 ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

น้อง ๆ เคยแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละมาแล้ว แต่ในกรณีที่โจทย์มีความซับซ้อนยุ่งยาก ถ้าใช้สมการช่วยอาจทำได้รวดเร็วและง่ายกว่า ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 13 พ่อค้าซื้อแป้งสองชนิดมาผสมกันให้ได้ 50 กิโลกรัม เขาซื้อแป้งชนิดแรกกิโลกรัมละ 15 บาท ซื้อแป้งชนิดที่สองกิโลกรัมละ 25 บาท เมื่อนำมาผสมกันแล้วเขาขายไปได้กำไร 25% คิดเป็นเงินทั้งหมด 1,312.50 บาท อยากทราบว่าพ่อค้าซื้อแป้งมาแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

วิธีทำ

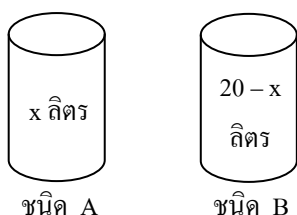
ถ้าซื้อแป้งชนิดแรก	x	กิโลกรัม				
ต้องซื้อแป้งชนิดที่สอง	$50 - x$	กิโลกรัม				
แป้งชนิดแรกราคา	15	บาท	คิดเป็นเงิน	$15x$ บาท		
แป้งชนิดที่สองราคา	25	บาท	คิดเป็นเงิน	$25(50 - x)$ บาท		
เขาขายไปได้กำไร	25%		คิดเป็นเงินรวมทั้งหมด	1,312.50 บาท		
แสดงว่า	ได้เงิน	125	บาท	จากทุน	100	บาท
	ได้เงิน	1,312.50	บาท	จากทุน	$\frac{1,312.50 \times 100}{125}$	= 1,050 บาท
	ทุน	1,050	บาท	ก็คือทุน	$15x + 25(50 - x)$	บาท
	เขียนเป็นสมการได้	1,050		=	$15x + 25(50 - x)$	
				=	$15x + 1,250 - 25x$	= 1,050
				=	$-10x$	= 1,050 - 1,250
				=	$-10x$	= -200
				=	$\frac{-200}{-10}$	= 20

ดังนั้น เขาซื้อแป้งชนิดแรกมา 20 กิโลกรัม

และ เขาซื้อแป้งชนิดที่สองมา $50 - x = 50 - 20 = 30$ กิโลกรัม

ตอบ

ตัวอย่างที่ 14 มีน้ำเกลืออยู่สองชนิด ชนิด A มีเกลือ 20% ชนิด B มีเกลือ 35% ต้องการนำเกลือสองชนิดมาผสมกันให้ได้ น้ำเกลือผสม 20 ลิตร และมีเกลือ 25% จงหาว่าต้องใช้ น้ำเกลือชนิด A และชนิด B อย่างละเท่าใด



วิธีทำ น้ำเกลือชนิด A ; น้ำเกลือ 20% คือ มีน้ำเกลือ 100 ลิตร คิดเป็นเกลือ 20 ลิตร
 ดังนั้น มีน้ำเกลือ x ลิตร คิดเป็นเกลือ $\frac{20x}{100} = 0.2x$ ลิตร

น้ำเกลือชนิด B ; น้ำเกลือ 35% คือ มีน้ำเกลือ 100 ลิตร คิดเป็นเกลือ 35 ลิตร
 ดังนั้น มีน้ำเกลือ $20 - x$ ลิตร คิดเป็นเกลือ $\frac{35(20 - x)}{100} = \frac{7}{20}(20 - x)$ ลิตร

น้ำเกลือผสม 20 ลิตร มีเกลือ 25% ดังนั้น มีเกลือ $\frac{25}{100} \times 20 = 5$ ลิตร

จะได้สมการเป็น $0.2x + \frac{7}{20}(20 - x) = 5$
 $0.2x + 7 - \frac{7}{20}x = 5$
 $0.2x - 0.35x = 5 - 7$
 $-0.15x = -2$
 $x = \frac{-2}{-0.15} = 13.33$

ดังนั้น น้ำเกลือชนิด A มี 13.33 ลิตร
 น้ำเกลือชนิด B มี $20 - 13.33 = 6.66$ ลิตร **ตอบ**

ทีนี้...ที่จะทำแบบฝึกหัดให้ดูเป็นตัวอย่างนะครับ

1. โรงเรียนเตรียมทหารมีจำนวนนักเรียนในระดับชั้นต่าง ๆ ดังนี้ ชั้นปีที่ 1 คิดเป็น 50% ของนักเรียนทั้งหมด ชั้นปีที่ 2 คิดเป็น 80% ของนักเรียนชั้นปีที่ 1 และที่เหลืออีก 118 คน เป็นนักเรียนชั้นปีที่ 3 จงหาจำนวนนักเรียนทั้งหมดของโรงเรียนนี้

วิธีทำ ให้โรงเรียนเตรียมทหารมีนักเรียนทั้งหมด x คน

นักเรียนชั้นปีที่ 1 คิดเป็น 50% ของนักเรียนทั้งหมด นั่นคือ $\frac{50}{100}x = 0.5x$ คน

นักเรียนชั้นปีที่ 2 คิดเป็น 80% ของนักเรียนชั้นปีที่ 1 นั่นคือ $\frac{80}{100} \times \frac{50}{100}x = 0.4x$ คน

นักเรียนชั้นปีที่ 3 คิดเป็น 118 คน

เขียนเป็นสมการได้ว่า นักเรียนทั้งหมด = ชั้นปีที่ 3 + ชั้นปีที่ 1 + ชั้นปีที่ 2

$$x = 118 + 0.5x + 0.4x$$

$$x = 118 + 0.9x$$

$$x - 0.9x = 118$$

$$0.1x = 118$$

$$x = \frac{118}{0.1} = 1,180 \text{ คน}$$

ดังนั้น นักเรียนทั้งหมดของโรงเรียนเตรียมทหารมี 1,180 คน

ตอบ

2. แม่ค้านำลูกชิ้นเนื้อและลูกชิ้นหมูมาขายรวม 60 กิโลกรัม ลูกชิ้นเนื้อกิโลกรัมละ 60 บาท ลูกชิ้นหมูกิโลกรัมละ 50 บาท ปรากฏว่าอัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อลูกชิ้นเนื้อต่อจำนวนเงินที่ซื้อลูกชิ้นหมูเป็น 6 : 7 จงหาว่าแม่ค้าซื้อลูกชิ้นแต่ละชนิดมาอย่างละกี่กิโลกรัม

วิธีทำ กำหนดให้ลูกชิ้นเนื้อ เป็นลูกชิ้น A

กำหนดให้ลูกชิ้นหมู เป็นลูกชิ้น B

ซื้อลูกชิ้นทั้งสองชนิดรวมกัน 60 กิโลกรัม ถ้าซื้อชนิด A มา x กิโลกรัม จะซื้อชนิด B มา $60 - x$ กิโลกรัม

ลูกชิ้น A ; จำนวน 1 กิโลกรัม ราคา 60 บาท

ดังนั้น จำนวน x กิโลกรัม ราคา $60x$ บาท

ลูกชิ้น B ; จำนวน 1 กิโลกรัม ราคา 50 บาท

จำนวน $60 - x$ กิโลกรัม ราคา $50(60 - x)$ บาท

ดังนั้น เขาต้องจ่ายเงินซื้อลูกชิ้นตามอัตราส่วนดังนี้

$$\frac{\text{ค่าลูกชิ้น A}}{\text{ค่าลูกชิ้น B}} = \frac{6}{7} = \frac{60x}{50(60 - x)}$$

$$\text{จะได้สมการ } 6 \times 50(60 - x) = 7(60x)$$

$$18,000 - 300x = 420x$$

$$18,000 = 420x + 300x = 720x$$

$$720x = 18,000$$

$$x = \frac{18,000}{720} = 25$$

ดังนั้น พ่อค้าซื้อลูกชิ้นเนื้อมา 25 กิโลกรัม

พ่อค้าซื้อลูกชิ้นหมูมา $60 - x = 60 - 25 = 35$ กิโลกรัม

ตอบ

3. คารุณีเปิดร้านขายกระเป๋าและรองเท้า เธอคิดราคาขายกระเป๋าไว้โดยคิดกำไร 25% แต่เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ คารุณีจึงลดราคาให้ 10% และขายไปในราคา 900 บาท อยากทราบว่าต้นทุนของกระเป๋าใบนี้เป็นเท่าใด

วิธีทำ สมมติให้กระเป๋าใบนี้มีต้นทุน x บาท

ขายของคิดกำไร 25% หมายความว่า ซื้อมา 100 บาท ต้องการขายให้ได้เงิน 125 บาท

แสดงว่า ซื้อมา x บาท ต้องการขายให้ได้เงิน $\frac{125x}{100} = 1.25x$ บาท

แต่พอเพื่อนมาซื้อ ลดให้ 10% หมายความว่า ของราคา 100 บาท ต้องการขายให้ได้เงิน 90 บาท

แสดงว่า ของราคา $1.25x$ บาท ต้องการขายให้ได้เงิน $(1.25x) \times \frac{90}{100} = 1.125x$ บาท

และเมื่ออ่านโจทย์แล้วทำให้ทราบว่า $1.125x$ บาท ก็คือ 900 บาท

จะได้ $1.125x = 900$

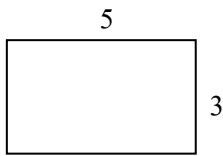
$$x = \frac{900}{1.125} = 800 \text{ บาท}$$

แสดงว่าต้นทุนของกระเป๋าใบนี้คือ 800 บาท

ตอบ

4. สนามหญ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่งมีอัตราส่วนความยาวต่อความกว้างเป็น 5 : 3 ถ้าเพิ่มความยาวแต่ละด้านอีก 20% ของความยาวเดิม จะทำให้ความยาวรอบสนามเท่ากับ 268.8 เมตร จงหาว่าเดิมแต่ละด้านของสนามยาวกี่เมตร

วิธีทำ เขียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสมมติ ที่อัตราส่วนความยาวต่อความกว้างเป็น 5 : 3



ถ้าความยาวเพิ่ม 20% จะได้ความยาวใหม่ 120% ก็คือ $\frac{120}{100} \times 5 = 6$

ถ้าความกว้างเพิ่ม 20% จะได้ความกว้างใหม่ 120% ก็คือ $\frac{120}{100} \times 3 = 3.6$

อัตราส่วนความยาวต่อความกว้างใหม่จะเป็น 6 : 3.6

จากสนามสมมติ กับอัตราส่วนความยาวใหม่ ความยาวรอบรูปสมมติจะได้ $6 + 6 + 3.6 + 3.6 = 19.2$

ให้ x เป็นจำนวนเท่าที่เป็นตัวคูณกับความยาวสมมติ แล้วได้ความยาวจริง

$$\begin{aligned} (19.2)x &= 268.8 \\ x &= \frac{268.8}{19.2} = 14 \end{aligned}$$

ดังนั้น สนามจริง ๆ มิติใหม่มีความกว้าง $3.6 \times 14 = 50.4$ เมตร

มีความยาว $6 \times 14 = 84.0$ เมตร

เปรียบเทียบกับเปอร์เซ็นต์ ความกว้าง 120% คือ 50.4 เมตร

ดังนั้น ความกว้าง 100% คือ $\frac{50.4 \times 100}{120} = 42$ เมตร

ความยาว 120% คือ 84 เมตร

ดังนั้น ความยาว 100% คือ $\frac{84 \times 100}{120} = 70$ เมตร

แสดงว่าแต่เดิมสนามกว้าง 42 เมตร และยาว 70 เมตร

ตอบ

5. นตท.อิสระ ซ้อมวิ่งมาราธอนวันแรกวิ่งไป 20% ของระยะทางทั้งหมด วันที่สองวิ่งไปอีก 64 กิโลเมตร วันที่สามวิ่งต่อไปอีก 50% ของระยะทางที่เหลือ ปรากฏว่าเขาวิ่งสามวันรวมกันได้ระยะทาง 200 กิโลเมตร ระยะทางช่วงสุดท้ายจะวิ่งในวันที่สี่ จงหาว่าระยะทางที่ นตท.อิสระ ต้องวิ่งทั้งหมดยาวกี่กิโลเมตร

วิธีทำ สมมติให้เขาต้องวิ่งระยะทางทั้งหมด x กิโลเมตร

วันแรกเขาจึงวิ่งไปได้ระยะทาง $\frac{20}{100}x = 0.2x$ กิโลเมตร

วันที่สองเขาวิ่งไปได้ระยะทาง 64 กิโลเมตร

* แปลว่าสองวันแรกเขาวิ่งไปได้ระยะทาง $0.2x + 64$ กิโลเมตร

* เหลือระยะทางเท่ากับ $x - 0.2x - 64 = 0.8x - 64$ กิโลเมตร

วันที่สามเขาวังไปได้ระยะทาง 50% ของระยะทางที่เหลือ	คือ	$\frac{50}{100} (0.8x - 64)$	กิโลเมตร
	=	$0.5 (0.8x - 64)$	กิโลเมตร
	=	$0.4x - 32$	กิโลเมตร
ระยะทางที่วิ่งรวมสามวัน คือ	$0.2 + 64 + (0.4x - 32)$	=	200 กิโลเมตร
แก้สมการหาค่า x จะได้	$0.2 + 64 + 0.4x - 32$	=	200 กิโลเมตร
	$0.6x + 32$	=	200 กิโลเมตร
	$0.6x$	=	$200 - 32$ กิโลเมตร
	x	=	$\frac{168}{0.6}$ กิโลเมตร
	x	=	280 กิโลเมตร
ดังนั้น ระยะทางที่ นตท.อิสระ ต้องวิ่งทั้งหมดเท่ากับ	280	กิโลเมตร	ตอบ

6. ถ้าต้องการผสมน้ำเชื่อมให้มีน้ำตาล 40% โดยการผสมน้ำเชื่อมสองขวด ขวดแรกเป็นน้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 90% และมีน้ำเชื่อมอยู่ในขวด 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร น้ำเชื่อมขวดที่สองเป็นน้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 20% จะต้องใช้น้ำเชื่อมจากขวดที่สองปริมาณเท่าใด

วิธีทำ ต้องการน้ำเชื่อมผสมที่มีน้ำตาล 40% หมายความว่า

น้ำเชื่อมผสมปริมาณ	100	cm^3	จะมีน้ำตาล	40	cm^3
ดังนั้น น้ำเชื่อมผสมปริมาณ	x	cm^3	จะมีน้ำตาล	$\frac{40x}{100}$	$= 0.4x \text{ cm}^3$

น้ำเชื่อมผสมปริมาณ $x \text{ cm}^3$ เกิดจากการผสมน้ำเชื่อมสองขวด

พิจารณาน้ำเชื่อมขวดแรก มีน้ำตาล 90% หมายความว่า

โจทย์กำหนดให้ น้ำเชื่อมปริมาณ	100	cm^3	จะมีน้ำตาล	90	cm^3
น้ำเชื่อมปริมาณ	250	cm^3	จะมีน้ำตาล	$\frac{90 \times 250}{100}$	$= 225 \text{ cm}^3$

พิจารณาน้ำเชื่อมขวดที่สอง น้ำเชื่อมผสม = น้ำเชื่อมขวดแรก + น้ำเชื่อมขวดที่สอง

	x	$=$	$250 +$	น้ำเชื่อมขวดที่สอง	
ดังนั้น น้ำเชื่อมขวดที่สองมีปริมาณ	$= x - 250$	cm^3			

โจทย์กำหนดให้ น้ำเชื่อมปริมาณ 100 cm^3 จะมีน้ำตาล 20 cm^3

น้ำเชื่อมปริมาณ	$x - 250$	cm^3	จะมีน้ำตาล	$\frac{20(x - 250)}{100}$	
				$= 0.2 (x - 250)$	
				$= 0.2x - 50$	cm^3

มองภาพรวมแล้ว น้ำตาลผสม = น้ำตาลขวดแรก + น้ำตาลขวดที่สอง

	$=$	$225 + 0.2x - 50$	$=$	$0.2x + 175$	cm^3
--	-----	-------------------	-----	--------------	---------------

ซึ่งน้ำตาลผสมเป็นปริมาณ	40%	ของน้ำเชื่อมผสม			
น้ำตาลผสม	40	ส่วน	จากน้ำเชื่อม	100	ส่วน
น้ำตาลผสม	$0.2x + 175$	ส่วน	จากน้ำเชื่อม	$\frac{100}{40}$	$(0.2x + 175)$
				=	$2.5(0.2x + 175)$
				=	$0.5x + 437.5$ ส่วน

ซึ่งน้ำเชื่อม	100	ส่วน (หรือ 100%)	ก็คือน้ำเชื่อมปริมาณ	x	cm ³
จะได้สมการ	x	=	$0.5x + 437.5$		
	$x - 0.5x$	=	437.5		
	$0.5x$	=	437.5		
	x	=	$\frac{437.5}{0.5}$	=	875
แสดงว่าน้ำเชื่อมผสมมีปริมาณ	x	cm ³	หรือ 875	cm ³	
ต้องใช้น้ำเชื่อมจากขวดที่สองเท่ากับ			$x - 250 = 875 - 250 = 625$	cm ³	ตอบ

2.3 ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา เป็นอีกเรื่องหนึ่งที่เราสามารถหาคำตอบได้ โดยใช้ความรู้เรื่องสมการ ความเกี่ยวข้องกันของปริมาณทั้งสามเป็นดังนี้

ระยะทาง	=	อัตราเร็ว × เวลา
---------	---	------------------

ซึ่งอัตราเร็วที่กล่าวถึงข้างต้นนั้น คือ อัตราเร็วเฉลี่ย

ถ้าทราบแล้ว...ลองมาทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้นะครับ

1. ต๋อและตึกน้คพบกั้กับเพื่๑นที่หน้าโรงเรยนนายเรื่อ ซึ่งอยูู่กึ่งกลางของระยะทางระหว่างบ้านของต๋อและตึกพ๑ดี ต๋อขี่จักรยานยนต์ ส่วนตึกขี่บ้ีแ๑ตัน ซึ่งอัตราเรื่อของรถจักรยานยนต์ของต๋อมากกว่าอัตราเรื่อของรถบ้ีแ๑ตันของตึก 24 กิโลเมตรต่อช่วโมง ต๋อใช้เวลาค๑นทาง 12 นาที และตึกใช้เวลาค๑นทาง 20 นาที จงหา

1.) อัตราเรื่อของรถทั้งสองค๑น

2.) ระยะทางระหว่างบ้านของทั้งสองค๑น

วิธีทำ 1.) มาทำค๑นความเข้ใจสูตรก๑นนะค๑รับ

$$\begin{aligned} \text{ระยะทาง} &= \text{อัตราเรื่อ} \times \text{เวลา} ; \\ \text{คั้งน้ัน} \quad \text{อัตราเรื่อ} &= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} \end{aligned}$$

$12 \text{ นาที} = \frac{1}{5} \text{ ่ช่วโมง}$ $20 \text{ นาที} = \frac{1}{3} \text{ ่ช่วโมง}$

ถ้ระยะทางจากบ้านต๋อไปโรงเรยนนายเรื่อ = ระยะทางจากบ้านตึกไปโรงเรยนนายเรื่อ
 โจทย์ก้กำหนดให้อัตราเรื่อของต๋อมากกว่าอัตราเรื่อของตึก 24 กิโลเมตร / ่ช่วโมง

น้ันค้ือ อัตราเรื่อ (ต๋อ) - อัตราเรื่อ (ตึก) = 24 km / hr

ทำให้อัตราเรื่อ (ตึก) = อัตราเรื่อ (ต๋อ) - 24

ถ้ให้อัตราเรื่อ (ต๋อ) = x km / hr

อัตราเรื่อ (ตึก) = x - 24 km / hr

พิจารณาการค๑นทางของต๋อ ระยะทาง = อัตราเรื่อ (ต๋อ) × เวลา

$$= x \left(\frac{1}{5} \right) \text{ ----- ①}$$

พิจารณาการค๑นทางของตึก ระยะทาง = อัตราเรื่อ (ตึก) × เวลา

$$= (x - 24) \left(\frac{1}{3} \right) \text{ ----- ②}$$

เนื่องจากทั้งสองค๑นทางด้วยระยะทางที่เท่าค๑น คั้งน้ัน ① = ②

$$\frac{1}{5}x = \frac{1}{3}(x - 24)$$

$$3x = 5(x - 24)$$

$$3x = 5x - 120$$

$$120 = 5x - 3x$$

$$2x = 120$$

$$x = 60 \text{ km / hr}$$

ตอบ 1.)

แสดงว่าอัตราเรื่อของต๋อ ค้ือ 60 km / hr

และ อัตราเรื่อของต๋อ ค้ือ x - 24 = 60 - 24 = 36 km / hr

2.) ต๋อไปหาระยะทางระหว่างบ้านของทั้งสอง

= ระยะทางจากบ้านต๋อไปโรงเรยนนายเรื่อ + ระยะทางจากบ้านตึกไปโรงเรยนนายเรื่อ

= [ความเร็ว (ต๋อ) × เวลา] + [ความเร็ว (ตึก) × เวลา]

$$= \left(60 \times \frac{1}{5} \right) + \left(36 \times \frac{1}{3} \right)$$

$$= 12 + 12 = 24 \text{ km}$$

คั้งน้ัน ระยะทางระหว่างบ้านของค๑นทั้งสอง = 24 กิโลเมตร

ตอบ 2.)

2. นตท.รวิน วิ่งด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง นตท.ปรีชา วิ่งด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และวิ่งนานกว่า นตท.รวิน 20 นาที ได้ระยะทางไกลกว่า นตท.รวิน 2 กิโลเมตร จงหาว่า นตท.ปรีชา วิ่งได้ระยะทางเท่าใด (20 นาที = $\frac{1}{3}$ ชั่วโมง)

วิธีทำ จากสูตร ระยะทาง = อัตราเร็ว \times เวลา

ถ้าให้ นตท.รวิน วิ่งนาน x ชั่วโมง ปรีชาจะวิ่งนาน $x + \frac{1}{3}$ ชั่วโมง

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา นตท.รวิน ; ระยะทาง} &= \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา} \\ &= 13x \quad \text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา นตท.ปรีชา ; ระยะทาง} &= \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา} \\ &= 11 \left(x + \frac{1}{3} \right) \quad \text{km} \end{aligned}$$

เพราะ นตท.ปรีชา วิ่งได้ไกลกว่า นตท.รวิน 2 กิโลเมตร

$$\text{ดังนั้น ระยะทาง (นตท.ปรีชา) - ระยะทาง (นตท.รวิน) = 2 km}$$

$$11 \left(x + \frac{1}{3} \right) - 13x = 2$$

$$11x + \frac{11}{3} - 13x = 2$$

$$-2x = 2 - \frac{11}{3}$$

$$-2x = \frac{-5}{3}$$

$$x = \frac{-5}{3} \times \frac{1}{-2}$$

$$= \frac{5}{6} \quad \text{ชั่วโมง}$$

เมื่อแก้สมการแล้วจะเห็นว่า นตท.รวิน วิ่งได้นาน $\frac{5}{6}$ ชั่วโมง หรือ 50 นาที

$$\text{นตท.ปรีชา วิ่งได้นาน } x + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{7}{6} \quad \text{ชั่วโมง หรือ 70 นาที}$$

$$\text{ดังนั้น นตท.ปรีชา วิ่งได้ระยะทาง} = 11 \left(x + \frac{1}{3} \right)$$

$$= 11 \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{3} \right)$$

$$= 11 \left(\frac{7}{6} \right)$$

$$= \frac{77}{6}$$

$$= 12 \frac{5}{6} \quad \text{กิโลเมตร}$$

ตอบ

3. รถบดถนนสองคันอยู่ห่างกัน 66 เมตร บนถนนสายหนึ่งและเคลื่อนสวนทางกัน คันหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อนาที อีกคันหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 12 เมตรต่อนาที ถ้าให้รถบดทั้งสองคันเริ่มเคลื่อนเวลา 07.00 น. พร้อมกัน รถทั้งสองจะเคลื่อนที่มาพบกันเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาที และเป็นเวลาเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์ข้อนี้ แม้รถทั้งสองคันจะมีความเร็วไม่เท่ากัน ทำให้ได้ระยะทางไม่เท่ากัน แต่รถทั้งสองใช้เวลาในการเคลื่อนที่เท่ากัน

จากสูตร ระยะทาง = อัตราความเร็ว × เวลา

$$12x = 10(66 - x) = 660 - 10x$$

$$12x + 10x = 660$$

$$22x = 660$$

$$x = \frac{660}{22} = 30 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น รถคันแรกใช้เวลาในการเคลื่อนที่ = $\frac{x}{10} = \frac{30}{10} = 3$ นาที

เท่ากับ รถคันที่สองใช้เวลาในการเคลื่อนที่ = $\frac{66-x}{12} = \frac{66-30}{12} = \frac{36}{12} = 3$ นาที เช่นกัน

ดังนั้น รถบดทั้งสองคันจะใช้เวลา 3 นาที ในการเคลื่อนที่มาเจอกัน และจะเจอกันเวลา 07.03 น. **ตอบ**

4. นตท.รักษาดิ ออกเดินด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลา 09.00 อีก 2 ชั่วโมงต่อมา นตท.นักรบ เดินตามมาด้วยอัตราเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลาเท่าไร ชายทั้งสองจึงจะเดินทางทันกันพอดี (โจทย์ข้อนี้เหมือนข้อสอบเรียนต่อปริญญาเอก ของมหาวิทยาลัยมหิดล ปี 48 ปะ ๆ เลยครับ)

วิธีทำ การที่ นตท. ทั้งสองคนเดินทันกัน ในขณะที่ นตท.รักษาดิ ออกเดินก่อน แม้จะมีความเร็วช้ากว่า

* แต่ นตท. ทั้งสองคนใช้ระยะทางในการเดินเท่ากัน

จากสูตร ระยะทาง = ความเร็ว × เวลา

พิจารณา นตท.รักษาดิ สมมติให้เขาใช้เวลาเดิน x ชั่วโมง

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ระยะทางของ นตท.รักษาดิ} &= \text{ความเร็ว} \times \text{เวลา} \\ &= 5x \text{ กิโลเมตร} \quad \text{----- ①} \end{aligned}$$

พิจารณา นตท.นักรบ สมมติให้เขาใช้เวลาเดิน $x-2$ ชั่วโมง (เพราะออกเดินหลัง นตท.รักษาดิ 2 ชั่วโมง)

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ระยะทางของ นตท.นักรบ} &= \text{ความเร็ว} \times \text{เวลา} \\ &= 10(x-2) \quad \text{----- ②} \end{aligned}$$

เนื่องจากทั้งสองเดินด้วยระยะทางที่เท่ากัน หรือ ① - ②

$$\text{ดังนั้น } 5x = 10(x-2)$$

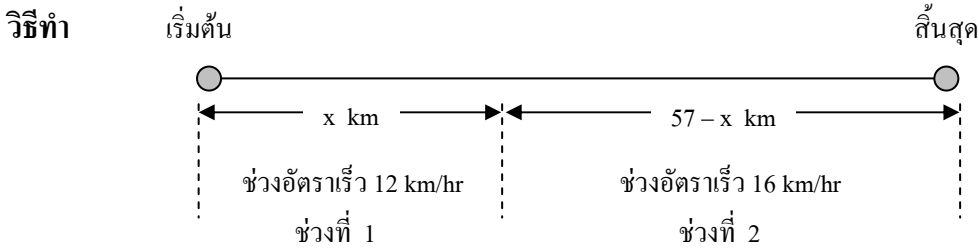
$$\text{แก้สมการได้ } 5x = 10x - 20$$

$$20 = 10x - 5x = 5x$$

$$x = \frac{20}{5} = 4 \text{ ชั่วโมง}$$

ถ้า นตท.รักษาดิ ออกเดินเวลา 09.00 ดังนั้น เขาจะเจอกันเวลา 09.00 + 4 ชั่วโมง = 13.00 น. **ตอบ**

5. นักกีฬาขี่จักรยานทางไกลในระยะทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาในการขี่จักรยานตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง จงหาระยะทางและเวลาที่ขี่จักรยานของแต่ละช่วง



ช่วงที่ 1	อัตราเร็ว 12 km/hr	แสดงว่าระยะทาง	12	km	ใช้เวลา	1	hr	
		ดังนั้น ระยะทาง	x	km	ใช้เวลา	$\frac{x}{12}$	hr	----- ①
ช่วงที่ 2	อัตราเร็ว 16 km/hr	แสดงว่าระยะทาง	16	km	ใช้เวลา	1	hr	
		ดังนั้น ระยะทาง	57 - x	km	ใช้เวลา	$\frac{57-x}{16}$	hr	----- ②

จากโจทย์จะได้ เวลาช่วงที่ 1 + เวลาช่วงที่ 2 = 4 hr

$$\frac{x}{12} + \frac{57-x}{16} = 4$$

จะได้สมการ

$$\frac{4x + 3(57-x)}{48} = 4$$

แก้สมการได้

$$4x + 171 - 3x = 4 \times 48 = 192$$

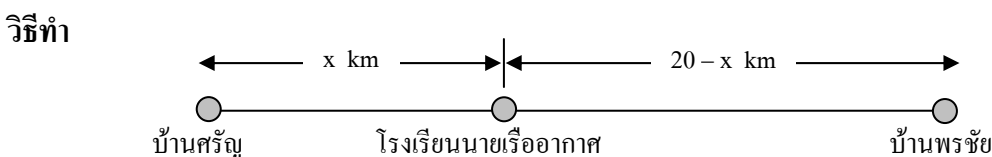
$$4x - 3x = 192 - 171$$

$$x = 21 \text{ km}$$

ดังนั้น ช่วงที่ 1 ระยะทางที่เข่าขี่จักรยาน คือ 21 กิโลเมตร

และ ช่วงที่ 2 ระยะทางที่เข่าขี่จักรยาน คือ $57 - x = 57 - 21 = 36$ กิโลเมตร ตอบ

6. พรชัยและศรีณมีบ้านอยู่ห่างกัน 20 กิโลเมตร ทั้งสองคนนัดกันออกจากบ้านเวลา 07.00 น. พร้อมกัน เพื่อไปสมัครสอบที่โรงเรียนนายเรืออากาศ ซึ่งอยู่ใกล้บ้านศรีณมากกว่าบ้านพรชัย ถ้าพรชัย ขับรถด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และศรีณ ขับรถด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง พรชัย ถึงโรงเรียนนายเรืออากาศก่อนศรีณ 10 นาที จงหาว่าโรงเรียนนายเรืออากาศอยู่ห่างจากบ้านของศรีณกี่กิโลเมตร



สมมติ	ให้บ้านศรีณอยู่ห่างจากโรงเรียนฯ	x	km	
ดังนั้น	ให้บ้านพรชัยอยู่ห่างจากโรงเรียนฯ	20 - x	km	
พิจารณาศรีณ	ที่ขับรถด้วยอัตราเร็ว	60	km/hr	ไปโรงเรียนฯ
	ระยะทาง	60	km	เขาใช้เวลา 1 hr
	ดังนั้น ระยะทาง	x	km	เขาใช้เวลา $\frac{x}{60}$ hr

พิจารณาพรัซัย ที่ขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 km/hr ไปโรงเรียนฯ

ระยะทาง 80 km เขาใช้เวลา 1 hr

ดังนั้น ระยะทาง $20-x$ km เขาใช้เวลา $\frac{20-x}{80}$ hr

โจทย์กำหนดให้ พรัซัยถึงโรงเรียนฯ ก่อนศรัญ 10 นาที

หมายความว่า ศรัญใช้เวลามากกว่าพรัซัยอยู่ 10 นาที หรือ $\frac{1}{6}$ ชั่วโมง

นั่นคือ เวลาศรัญ - เวลาพรัซัย = $\frac{1}{6}$ hr

$$\frac{x}{60} - \frac{20-x}{80} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{x}{60} - \frac{20}{80} + \frac{x}{80} = \frac{1}{6} ; \left[\frac{20}{80} = \frac{1}{4} \right]$$

$$\frac{x}{60} + \frac{x}{80} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{4x + 3x}{240} = \frac{2+3}{12}$$

$$7x = \frac{5}{12} \times 240$$

$$7x = 100$$

$$x = \frac{100}{7} = 14\frac{2}{7} \text{ km}$$

ดังนั้น โรงเรียนนายเรืออากาศอยู่ห่างจากบ้านศรัญ $14\frac{2}{7}$ กิโลเมตร และ โรงเรียนนายเรืออากาศอยู่ห่างจากบ้านพรัซัย $5\frac{5}{7}$

กิโลเมตร “แต่ทำไม” คำตอบไม่ตรงกับข้อกำหนดของโจทย์ที่บอกว่า โรงเรียนนายเรืออากาศอยู่ใกล้บ้านศรัญมากกว่าบ้านของพรัซัย “ข้อนี้ต้องมีการตรวจคำตอบครับ” ;

ศรัญขับรถ 60 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ดังนั้น ศรัญขับรถ $14\frac{2}{7}$ กิโลเมตร ใช้เวลา $14\frac{2}{7} \times \frac{1}{60} = \frac{100}{7} \times \frac{1}{60} = \frac{5}{21}$ ชั่วโมง

พรัซัยขับรถ 80 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ดังนั้น พรัซัยขับรถ $5\frac{5}{7}$ กิโลเมตร ใช้เวลา $5\frac{5}{7} \times \frac{1}{80} = \frac{40}{7} \times \frac{1}{80} = \frac{1}{14}$ ชั่วโมง

ดังนั้น ศรัญใช้เวลามากกว่าพรัซัย = $\frac{5}{21} - \frac{1}{14} = \frac{10-3}{42} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$ ชั่วโมง

ซึ่ง $\frac{1}{6}$ ชั่วโมง ก็คือ 10 นาที **จริง**

ดังนั้น เราคำนวณถูกต้องแล้วครับ 🙌 แต่พี่เองแหละที่ตั้งโจทย์ไม่ถูกต้อง 😊

ตอบ

7. ชายคนหนึ่งขับรถได้ระยะทาง 235 กิโลเมตร เขาใช้เวลาขับรถในช่วงกลางวัน 2 ชั่วโมง และในช่วงกลางคืน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง โดย

ลดอัตราเร็วลงน้อยกว่ากลางวันชั่วโมงละ 16 กิโลเมตร จงหา

1.) อัตราเร็วเฉลี่ยของรถในช่วงกลางวัน

2.) ระยะทางที่เขาขับรถในช่วงกลางคืน

วิธีทำ ระยะทาง 235 กิโลเมตร ใช้เวลาขับรถช่วงกลางวัน 2 ชั่วโมง และช่วงกลางคืน $1\frac{1}{2}$ รวม $3\frac{3}{2}$ ชั่วโมง

สมมติให้ช่วงเวลากลางวัน รถวิ่งด้วยอัตราเร็ว x km / hr

ดังนั้น ช่วงเวลากลางคืน รถวิ่งด้วยอัตราเร็ว $x - 16$ km / hr

$$\begin{aligned} \text{ระยะทางทั้งหมด} &= \text{ช่วงเวลากลางวัน} + \text{ระยะทางช่วงเวลากลางคืน} \\ &= (\text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลาช่วงกลางวัน}) + (\text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลาช่วงกลางคืน}) \end{aligned}$$

$$\text{เขียนเป็นสมการได้} \quad 235 = x(2) + (x - 16)\left(1\frac{1}{2}\right)$$

$$2x + \frac{3}{2}(x - 16) = 235$$

$$2x + \frac{3}{2}x - 24 = 235$$

$$\frac{7}{2}x = 235 + 24 = 259$$

$$x = 259 \times \frac{2}{7} = 37 \times 2 = 74 \text{ km / hr}$$

และอัตราเร็วเฉลี่ยของรถในช่วงกลางคืน คือ $x - 16 = 74 - 16 = 58$ km / hr

ช่วงเวลากลางคืน เวลา 1 ชั่วโมง เขาขับรถได้ระยะทาง 58 km

ดังนั้น เวลา $1\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{3}{2}$ ชั่วโมง เขาขับรถได้ระยะทาง $\frac{3}{2} \times 58 = 87$ km

ดังนั้น ระยะทางที่เขาขับรถในช่วงกลางคืนเท่ากับ 87 กิโลเมตร **ตอบ**

8. รถไฟขบวน ก. และขบวน ข. ออกจากสถานีรถไฟหัวหิน โดยเล่นตามกันไปยังสถานีปลายทางที่เดียวกัน ถ้ารถไฟขบวน ก. ออกจากสถานีเมื่อเวลา 0600 น. ด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถไฟขบวน ข. ออกจากสถานีเมื่อเวลา 0830 น. ด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ารถไฟขบวน ข. เล่นไปทันรถไฟขบวน ก. เมื่อเวลาใด และจุดที่รถไฟทั้งสองเล่นทันกันนั้นอยู่ห่างจากสถานีหัวหินกี่กิโลเมตร

วิธีทำ ต้องพิจารณาให้ได้ว่า รถไฟทั้งสองขบวนเล่นไปทันกัน แต่ออกด้วยเวลาไม่เท่ากัน และความเร็วไม่เท่ากันด้วย แต่มีสิ่งที่เท่ากันอยู่ นั่นคือระยะทางที่เล่น

ต้องใช้ความสัมพันธ์ตรงจุดนี้ หากคำตอบของโจทย์ให้ได้

เวลา 0600 น.

—————▶ รถไฟขบวน ก.

สถานีหัวหิน ————— ปลายทาง

—————▶ รถไฟขบวน ข.

เวลา 0830 น.

พิจารณา รถไฟขบวน ก.

ให้รถไฟใช้เวลาวิ่ง x ชั่วโมง

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

$$\text{จะได้ระยะทาง} = 40x \text{ km} \text{ ----- ①}$$

พิจารณา รถไฟขบวน ข.

ให้รถไฟใช้เวลาวิ่ง $x - 2\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ระยะทาง} &= 60\left(x - 2\frac{1}{2}\right) \\ &= 60\left(x - \frac{5}{2}\right) \text{ km} \text{ ----- ②} \end{aligned}$$

$$\text{เนื่องจาก } ① = ② \text{ ดังนั้น } 40x = 60\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{แก้สมการได้ } 40x = 60x - 150$$

$$150 = (60 - 40)x$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{150}{20} = 7.5$$

ดังนั้น รถไฟขบวน ก. ใช้เวลาวิ่ง 7.5 หรือ $7\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ; $\left[7\frac{1}{2}\right] = \frac{15}{2}$ ชั่วโมง

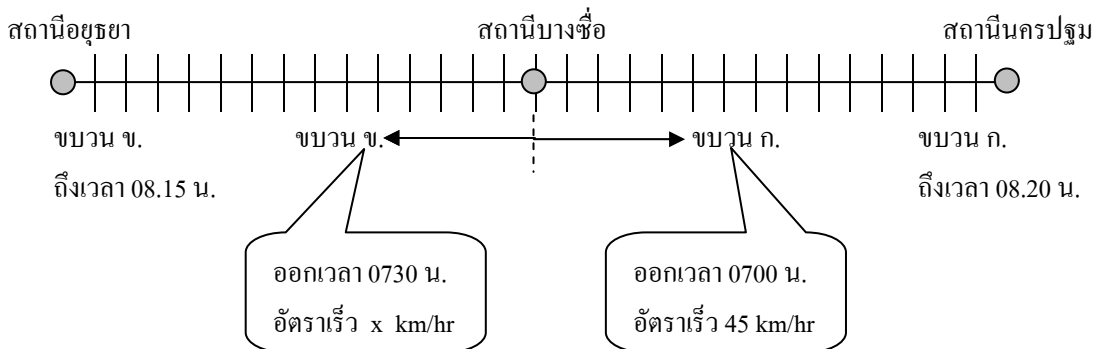
ถ้ารถไฟขบวน ก. ออกจากสถานีเมื่อ 06.00 น. จะวิ่งทันและเจอกับรถไฟขบวน ข.

$$\text{ที่เวลา } 06.00 + 7\frac{1}{2} \text{ ชั่วโมง} = 13.30 \text{ น.}$$

$$\begin{aligned} \text{และรถไฟทั้งสองจะวิ่งทันกัน และเจอกันที่ระยะทาง } 40x &= 40(7.5) \\ &= 300 \text{ กิโลเมตรจากจุดเริ่มต้น } \text{ตอบ} \end{aligned}$$

9. รถไฟขบวน ก. และขบวน ข. แล่นสวนทางกัน และมาพบกันที่สถานีบางซื่อ รถไฟขบวน ก. ออกจากสถานีนี้เมื่อเวลา 0700 น. ด้วยอัตราเร็ว 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถไฟขบวน ข. ออกจากสถานีนี้หลังจากขบวน ก. ออกไปแล้ว 3 นาที และไปถึงสถานีปลายทางอยุธยา เมื่อเวลา 0815 น. ซึ่งถึงก่อนรถไฟขบวน ก. ถึงสถานีปลายทางนครปฐม 5 นาที ถ้าสถานีปลายทางทั้งสองอยู่ห่างกัน 150 กิโลเมตร จงหาว่ารถไฟขบวน ข. แล่นด้วยอัตราเร็วเท่าใด

วิธีทำ ก่อนอื่นต้องเขียนรูปเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจครับ



ดูจากรูปแล้ว เราสามารถใช้ข้อมูลจากรถไฟขบวน ก. มาคำนวณหาได้

รถไฟขบวน ก. ออกเดินทางเวลา 07.00 น. ถึงที่หมายเวลา 08.20 น.

แสดงว่าใช้เวลาเดินทาง 1 ชั่วโมง 20 นาที หรือ $1\frac{2}{3}$ ชั่วโมง

อัตราเร็ว 45 km/hr แสดงว่า 1 hr ไปได้ระยะทาง 45 km

แสดงว่า $\frac{4}{3}$ hr ไปได้ระยะทาง $45 \times \frac{4}{3} = 60$ km

แสดงว่าสถานีบางซื่อห่างจากสถานีหลักสี่เป็นระยะทาง 60 กิโลเมตร

โจทย์บอกว่า สถานีนครปฐมกับสถานีอยุธยาห่างกัน 150 กิโลเมตร

แต่เราหาได้แล้วว่าสถานีบางซื่อห่างจากสถานีนครปฐม 60 กิโลเมตร

ดังนั้น สถานีอยุธยาห่างจากสถานีบางซื่อ = $150 - 60 = 90$ กิโลเมตร

ตอบ

รถไฟขบวน ข. ออกเดินทางเวลา 0703 น. ถึงที่หมายเวลา 08.15 น.

แสดงว่าใช้เวลาเดินทาง 1 ชั่วโมง 12 นาที หรือ $1\frac{2}{5}$ ชั่วโมง

รถไฟเดินทางระยะทาง 90 กิโลเมตร ภายในเวลา $\frac{6}{5}$ ชั่วโมง

$$\text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} = \frac{90}{\frac{6}{5}} = 90 \times \frac{5}{6} = 75 \text{ km/hr}$$

จะได้ว่า รถไฟขบวน ข. แล่นด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ตอบ

จากโจทย์รูปแบบต่าง ๆ ที่เราได้ทำกันมามากมาย นื่อง ๆ เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาใหม่ครับ อย่างนั้น...ลองอ่านแนวคิดต่อไปนี้ครับ

1. โจทย์ถามอะไร ให้สมมติสิ่งที่โจทย์ถามเป็นตัวแปร
2. มองภาพรวมให้ออกว่า วิธีจะเข้าถึงการแก้ปัญหานี้ต้องทำอะไร บางที่ต้องเขียนภาพขึ้นมาเพื่อให้ดีความง่าย ๆ
3. หาความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์ให้มาให้ได้

บางที รถสองคันเคลื่อนที่ ไม่มีอะไรเหมือนกันเลย แต่ใช้เวลาเท่ากัน

รถสองคันวิ่งเร็วไม่เท่ากัน เวลาไม่เท่ากัน แต่ระยะทางเท่ากัน (ออกช้ากว่า หรือเร็วกว่า แต่วิ่งทันกัน)

รถคันหนึ่ง ถึงวิ่งเร็วกว่าอีกคันหนึ่ง จะได้ เวลาของรถที่ถึงช้ากว่า - เวลาของรถที่ถึงเร็วกว่า = ผลต่างของเวลาของรถทั้งสองคัน

4. การคิดเวลาไม่เหมือนการคิดเปอร์เซ็นต์นะครับ

พิจารณาให้ดีว่า 60 นาที คือ 1 ชั่วโมง

ดังนั้น 1 นาที คือ $\frac{1 \times 1}{60} = \frac{1}{60}$ ชั่วโมง

20 นาที คือ $\frac{20 \times 1}{60} = \frac{1}{3}$ ชั่วโมง

30 นาที คือ $\frac{30 \times 1}{60} = \frac{1}{2}$ ชั่วโมง

แสดงว่า x นาที คือ $\frac{x(1)}{60} = \frac{x}{60}$ ชั่วโมง

ทั้งนี้ โจทย์กำหนดกี่นาที ก็กำหนดแบบข้างต้นครับ

5. ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา

$$\star \quad \text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$$

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

$$\text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$$

ไม่ต้องท่องทุกสูตรนะครับ แค่เปลี่ยนคุณเป็นหาร แต่ต้องท่องสูตรแรก \star ให้ได้ แล้วแก้สมการเอาก็ได้ครับ...ง่ายดี 😊

6. สุดท้าย วิธีที่จะทำให้แก้สมการได้ “เก่ง” และ “ดี” คือการทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ ครับ

ทำให้เยอะ ๆ จากข้อง่าย ๆ เช่น $x + 2 = 5$ แล้วค่อยไปดึงข้อยาก ๆ อย่างแบบทดสอบที่พี่ให้ไว้

แล้วน้องจะ “เก่งขึ้น เก่งขึ้น” อย่างไม่น่าเชื่อครับ

เพราะพี่คนพิมพ์เองตอนเรียนมัธยมก็ตกเลข แต่เมื่อได้พิมพ์บทเรียนบ่อย ๆ หรืออ่านตรวจความถูกต้องก็ยังเข้าใจได้

เอาล่ะครับ...ตัวอย่างทั้งหมดที่น้อง ๆ ให้อ่านนี้ ครอบคลุมการแก้ปัญหสมการในเกือบทุกรูปแบบ (ในระดับชั้นนี้)

น้องแก้สมการได้ แต่คนอื่นทำไม่ได้ แล่น้อง ๆ ก็สอบติดแล้วครับ.

THAI
CADET

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมการ คือประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมี “=” เป็นสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรูปแบบของสมการ มีทั้งแบบมีตัวแปร เช่น $3x + 7 = 15$; และแบบไม่มีตัวแปร เช่น $15 + 6 = 21$ เป็นต้น เราแทนค่าตัวแปรแล้วทำให้สมการเป็นจริง ค่านั้นจะเป็นคำตอบของสมการ

การแก้สมการ ต้องใช้สมบัติของการเท่ากัน (Properties of Equality) ต่อไปนี้
เมื่อกำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- สมบัติสมมาตร ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
- สมบัติถ่ายทอด ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
- สมบัติการบวก ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
- สมบัติการคูณ ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Linear Equation with One Variable) คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมี degree = 1 เขียนในรูปแบบทั่วไปได้ว่า $ax + b = 0$ เมื่อ a และ b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

หลักการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แยกตามรูปแบบต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. ถ้าสัมประสิทธิ์และค่าคงตัวเป็นจำนวนเต็ม ให้ใช้การย้ายข้าง โดยพิจารณาเครื่องหมายเป็นสำคัญ เมื่อย้ายข้างจำนวนใด ให้เปลี่ยนเป็นเครื่องหมายตรงข้าม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x จากสมการ $9x + 18 = 24 - 3x$

วิธีทำ จาก $9x + 18 = 24 - 3x$ (ย้ายตัวเลขมาด้านเดียวกัน และย้ายตัวแปรให้มาด้านเดียวกัน)

$$9x + 3x = 24 - 18$$
$$12x = 6$$
$$x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น $x = \frac{1}{2}$ ตอบ

2. ถ้าสมการเป็นทศนิยม ให้แก้ปัญหาโดยการย้ายข้างสมการ และทำทศนิยมให้เป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $2.25x - 1.25 = 3x + 3.75$

วิธีทำ ย้ายข้างสมการ $-1.25 - 3.75 = 3x - 2.25x$

$$-5 = 0.75x$$
$$0.75x = -5$$
$$x = \frac{-5}{0.75}$$
$$x = \frac{-500}{75}$$

ดังนั้น $x = -6\frac{2}{3}$ ตอบ

3. ถ้าสมการเป็นเศษส่วน ต้องย้ายข้างสมการ เปลี่ยนตัวหารให้เป็นตัวคูณ โดยให้พิจารณาเทอมการบวก – ลบกันเป็นพิเศษ

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $x - \frac{3}{4} = \frac{5x}{2} + \frac{1}{4} - \frac{x}{2}$

วิธีทำ ย้ายตัวแปรมาด้านเดียวกัน

$$x - \frac{3}{4} = \frac{5x}{2} + \frac{1}{4} - \frac{x}{2}$$

$$x - \frac{5x}{2} + \frac{x}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{2x - 5x + 1x}{2} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{-2x}{2} = \frac{+1}{1}$$

ดังนั้น $x = -1$

ตอบ

2. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้ปัญหาโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนการคิดดังนี้

1. อ่านโจทย์ แล้ววิเคราะห์ว่าโจทย์กำหนดอะไร และต้องการทราบค่าอะไร
2. สมมติสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบค่าให้เป็นตัวแปรหนึ่ง
3. พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวแปร และเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้
4. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้
5. แก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปร ตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่างที่ 4 เลขจำนวนคู่บวก 5 จำนวนเรียงกัน มีผลรวมได้ 230 จงหาผลบวกของเลขที่มีค่ามากเป็นลำดับที่สอง และลำดับที่สี่

วิธีทำ ให้จำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดเป็น x
 ดังนั้น จำนวนคู่ 5 จำนวน เรียงกัน จึงได้เป็น $x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) = 230$

เขียนเป็นสมการได้ว่า $x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) = 230$

$$5x + 20 = 230$$

$$5x = 230 - 20$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{210}{5} = 42$$

เมื่อ x หรือจำนวนที่น้อยที่สุดมีค่าเท่ากับ 42 แล้ว จำนวนทั้งห้าเรียงจากน้อยไปมากคือ 42, 44, 46, 48 และ 50

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนที่มีค่ามากเป็นลำดับที่สอง และลำดับที่สี่คือ $48 + 44 = 92$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5

พ่อค้าซื้อผ้าเช็ดหน้ามาจำนวนหนึ่ง ถ้าขายผืนละ 65 บาท จำนวนครึ่งหนึ่งของที่ซื้อมาจะเท่าทุนพอดี แต่ถ้าขายผืนละ 31 บาท ของจำนวนหนึ่งในสี่จากจำนวนที่ซื้อมา และขายผืนละ 36 บาท ของที่เหลือ จะได้กำไร 1,440 บาท อยากทราบว่าซื้อผ้าเช็ดหน้ามาทั้งหมดกี่ผืน

วิธีทำ

ให้กำหนดว่า พ่อค้าซื้อผ้าเช็ดหน้ามา x ผืน

ถ้าขายไปผืนละ 65 บาท ในจำนวนครึ่งหนึ่ง หรือ $\frac{x}{2}$ จะได้เงินเท่าทุน หรือเงินทุน = $\frac{x}{2}(65)$ บาท

ถ้าขายไปผืนละ 31 บาท ของ $\frac{1x}{4}$ จะได้เงิน $\frac{31x}{4}$ บาท

และ ถ้าขายไปผืนละ 36 บาท ของ $\frac{3x}{4}$ จะได้เงิน $36 \times \frac{3x}{4} = \frac{108x}{4}$ บาท } ซึ่ง $\frac{31x}{4} + \frac{108}{4}x$ ทำให้ได้กำไร 1,440 บาท

จากสมการที่ว่า ราคาขาย - ต้นทุน = กำไร (หรือขาดทุน)

$$\text{จะได้สมการ } \left(\frac{31x}{4} + \frac{108x}{4} \right) - \frac{65x}{2} = 1,440$$

$$\frac{31x}{4} + \frac{108x}{4} - \frac{130x}{4} = 1,440$$

$$\frac{(31+108-130)x}{4} = 1,440$$

$$\frac{9x}{4} = 1,440$$

$$x = \frac{1,440 \times 4}{9}$$

$$x = 640$$

ดังนั้น พ่อค้าซื้อผ้าเช็ดหน้ามาจำนวน 640 ผืน

ตอบ