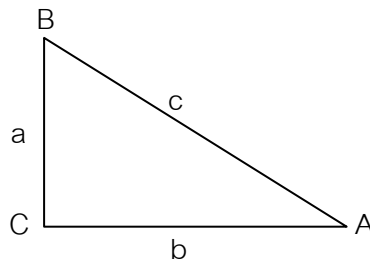


# บทที่ 3 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

## 1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagorean Theorem)



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (Right Triangle) คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งองศา  $90^\circ$

จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่ง  $\angle C = 90^\circ$  โดย AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก อยู่ตรงข้ามกับมุม C แทนด้วยความยาว c

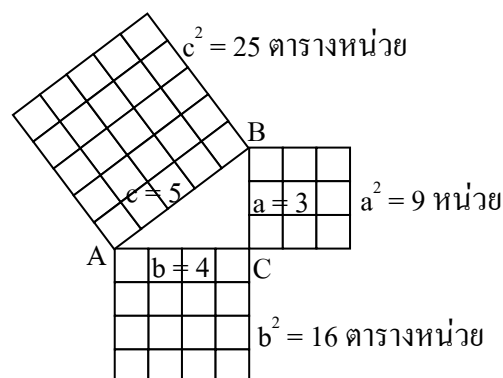
AC เป็นด้านประกอบมุมฉาก อยู่ตรงข้ามกับมุม B แทนด้วยความยาว b

BC เป็นด้านประกอบมุมฉาก อยู่ตรงข้ามกับมุม A แทนด้วยความยาว a

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส กล่าวไว้ว่า

แบบที่ 1 ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ความยาวกำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉาก มีค่าเท่ากับผลบวกของความยาวกำลังสองของด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้าน หรือพิจารณาจากพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ตามแบบที่ 2 คือ

แบบที่ 2 ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก มีค่าเท่ากับผลบวกของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากสองด้าน ดังรูปประกอบ

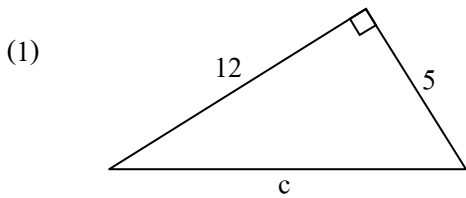


จากทฤษฎีบททั้ง 2 แบบ จึงสรุปได้ว่า

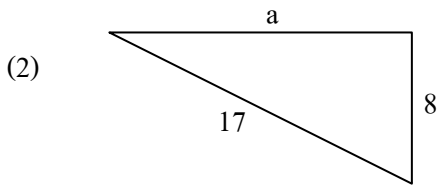
$$c^2 = a^2 + b^2$$

การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อทราบความยาวด้านสองด้าน โดยใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ทำได้ ดังนี้ จาก  $c^2 = a^2 + b^2$  จะได้  $a^2 = c^2 - b^2$  หรือ  $b^2 = c^2 - a^2$

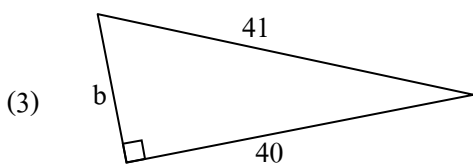
**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้



จะได้  $c^2 = 12^2 + 5^2$



จะได้  $17^2 = a^2 + 8^2$



จะได้  $41^2 = b^2 + 40^2$

**ตัวอย่างที่ 2** ให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากแล้ว จงหาค่าต่อไปนี้

(1)  $a = 9, b = 40, c = ?$

**วิธีทำ** จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ &= 9^2 + 40^2 \\ &= 81 + 1,600 \\ &= 1,681 \end{aligned}$$

$$c = \sqrt{1,681} = 41$$

**ตอบ**

(2)  $a = 20, c = 29, b = ?$

**วิธีทำ** จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 29^2 &= 20^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } b^2 &= 29^2 - 20^2 \\ &= 841 - 400 \\ &= 441 \end{aligned}$$

$$b = \sqrt{441} = 21$$

**ตอบ**

(3)  $b = 28, c = 35, a = ?$

**วิธีทำ** จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 35^2 &= a^2 + 28^2 \end{aligned}$$

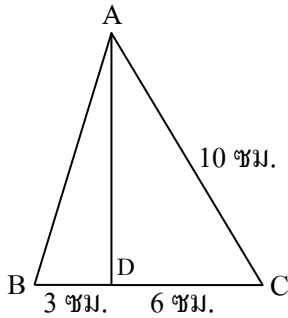
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } a^2 &= 35^2 - 28^2 \\ &= 441 \end{aligned}$$

$$a = \sqrt{441} = 21$$

**ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 3** รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้าน AC ยาว 10 ซม. และ AD เป็นความสูงของ  $\triangle ABC$  และตั้งฉากกับฐาน BC ทำให้ BD ยาว 3 ซม. และ DC ยาว 6 ซม. จงหาพื้นที่  $\triangle ABC$

วิธีทำ



$\triangle ACD$  เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มี  $\angle ADC$  เป็นมุมฉาก

$$\text{จาก } \overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$$

$$\text{จะได้ } \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CD}^2$$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } \overline{AD}^2 &= 10^2 - 6^2 \\ &= 100 - 36 \\ &= 64 \end{aligned}$$

$$\therefore AD = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} = \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36 \text{ cm}^2$$

ตอบ

## 2. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

“ในรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้าน สามเหลี่ยมรูปนั้นจะเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยด้านที่ยาวที่สุดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก”

จุดสังเกต คือ

- ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะกล่าวถึงสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วพิจารณาความยาวของแต่ละด้าน
- ส่วนทฤษฎีบทกลับของพีทาโกรัส จะกล่าวถึงความยาวของแต่ละด้านก่อน เพื่อถึงความสัมพันธ์ไปยังรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- เมื่อกำหนดอัตราส่วนของความยาวแต่ละด้านแล้ว หากคูณความยาวทุกด้านด้วยจำนวนใดจำนวนหนึ่งแล้ว ตัวเลขชุดใหม่ก็ยังเป็นความยาวของด้าน 3 ด้าน ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเช่นเดิม นั่นคือ เราสามารถย่อหรือขยายรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ได้ ด้วยการนำจำนวนใด ๆ ไปคูณหรือหารกับความยาวด้านทั้งสามนั่นเอง

**ตัวอย่างที่ 4** ให้ c แทนความยาวของด้านที่ยาวที่สุดของรูปสามเหลี่ยม จงแสดงว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

(1)  $a = 8, b = 15, c = 17$

วิธีทำ แทนค่า  $c^2 = a^2 + b^2$

$$17^2 = 8^2 + 15^2$$

$$289 = 64 + 225$$

$$289 = 289 \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตอบ

(2)  $a = 12, b = 15, c = 19$

วิธีทำ แทนค่า  $c^2 = a^2 + b^2$

$$19^2 = 12^2 + 15^2$$

$$= 144 + 225$$

$$\text{แต่ } 361 \neq 369$$

ดังนั้น ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตอบ

(3)  $a = 16, b = 28, c = 32$

วิธีทำ แทนค่า  $c^2 = a^2 + b^2$

$$32^2 = 16^2 + 28^2$$

$$1,024 = 256 + 784$$

แต่  $1,024 \neq 1,040$

ดังนั้น ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตอบ

การหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อทราบความยาวเพียงด้านเดียว

เมื่อกำหนดให้ความยาวใด ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 แล้ว เราสามารถหาความยาวของอีก 2 ด้านที่เหลือได้ โดยใช้สูตรของ Pythagoras และสูตรของ Plato ซึ่งมีโครงสร้างสูตรที่คล้ายกัน ดังนั้น เพื่อให้ง่ายต่อการจดจำ จึงจะนำเสนอสูตรของ Plato ดังนี้ครับ

**สูตรของ Plato** คือ กำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 (นั่นคือ จำนวนตั้งแต่ 2 ขึ้นไป) จะได้ว่า  $2n, n^2 - 1$  และ  $n^2 + 1$  เป็นจำนวนเต็ม ที่สอดคล้องกับสูตรบทของพีทาโกรัส ดังนี้

$n$	$a = 2n$	$b = n^2 - 1$	$c = n^2 + 1$	$c^2 = a^2 + b^2$
2	$2(2) = 4$	$2^2 - 1 = 3$	$2^2 + 1 = 5$	$5^2 = 4^2 + 3^2$
3	$2(3) = 6$	$3^2 - 1 = 8$	$3^2 + 1 = 10$	$10^2 = 6^2 + 8^2$
4	$2(4) = 8$	$4^2 - 1 = 15$	$4^2 + 1 = 17$	$17^2 = 8^2 + 15^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

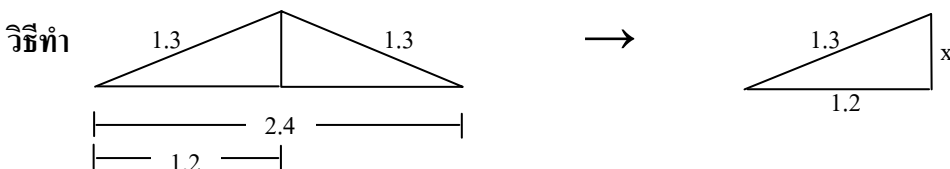
ข้อสังเกต : ความยาวของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ควรจำ เขียนในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำ ได้ดังนี้

$$3 : 4 : 5 \quad 9 : 40 : 41 \quad 5 : 12 : 13 \quad 11 : 60 : 61$$

$$7 : 24 : 25 \quad 12 : 35 : 37 \quad 8 : 15 : 17 \quad 13 : 84 : 85 \quad \text{เป็นต้น}$$

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

1. สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่ง ด้านที่ยาวเท่ากันนั้นยาว 1.3 ซม. ฐานยาว 2.4 ซม. จงหาความสูง และพื้นที่ของสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปนี้



หาความสูงของสามเหลี่ยม ได้ดังนี้

กำหนดให้ความสูงของสามเหลี่ยม  $= x$  cm.

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส  $(1.3)^2 = (1.2)^2 + x^2$

$$1.69 = 1.44 + x^2$$

$$x^2 = 1.69 - 1.44 = 0.25$$

$$x = \sqrt{0.25} = 0.5 \text{ cm}$$

ดังนั้น สามเหลี่ยมรูปนี้มีมีความสูง 0.5 เซนติเมตร

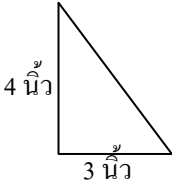
$$\begin{aligned} \text{หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times (2.4) \times (0.5) \\ &= 0.60 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น สามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่ 0.60 ตารางเซนติเมตร

ตอบ

2. อัตราส่วนด้านประกอบมุมฉากของสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง เป็น 3 : 4 และสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่ 54 ตารางนิ้ว จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

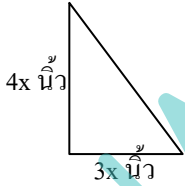
วิธีทำ จากโจทย์สามารถเขียนรูปสามเหลี่ยมจากการสมมติมาตราส่วนได้ดังนี้

มาตราส่วนอย่างต่ำ  พื้นที่จริง = 54 ตารางนิ้ว

จากสามเหลี่ยมสมมติ หาพื้นที่ได้

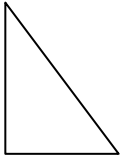
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าเรานำตัวแปร  $x$  มาคูณแต่ละด้าน เพื่อให้หาพื้นที่เป็น 54 ตารางนิ้ว

จะได้รูปใหม่ดังนี้  โดยพื้นที่

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ 54 &= \frac{1}{2} \times (3x) \times (4x) \\ 54 &= 6x^2 \\ \text{ดังนั้น } x^2 &= \frac{54}{6} = 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

ทำให้เราทราบว่า จริง ๆ แล้วสามเหลี่ยมมีมิติดังนี้



$$\begin{aligned} 4(x) &= 4(3) = 12 \text{ นิ้ว} \\ 3(x) &= 3(3) = 9 \text{ นิ้ว} \end{aligned}$$

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส หาความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากได้ดังนี้

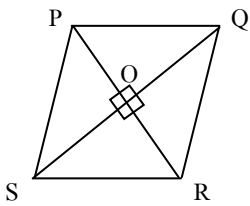
$$\begin{aligned} \text{ให้ } a^2 &= 12^2 + 9^2 \\ a^2 &= 144 + 81 = 225 \\ a &= \sqrt{225} = 15 \text{ นิ้ว} \end{aligned}$$

ดังนั้น สามเหลี่ยมรูปนี้มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 15 นิ้ว

ตอบ

3. กำหนดให้สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน PQRS มีเส้นทแยงมุม  $\overline{QS}$  และ  $\overline{PR}$  ยาว 24 และ 10 หน่วย ตามลำดับ จงหาความยาวเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมรูปนี้

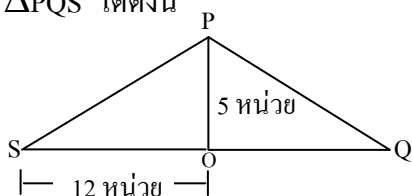
วิธีทำ เขียนรูป  $\square PQRS$  เพื่อพิจารณามิตได้ดังนี้



จากโจทย์กำหนดให้  $\overline{QS}$  ยาว 24 หน่วย  
และ  $\overline{PR}$  ยาว 10 หน่วย

เนื่องจากเส้นทแยงมุมทั้งสองตั้งฉากจึงสามารถใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสในการหาความยาวของ  $\overline{PS}$  และ  $\overline{PQ}$

เขียน  $\triangle PQS$  ได้ดังนี้



$$\text{โดย } \overline{QS} = 24 \text{ หน่วย}$$

$$\overline{OP} = \frac{1}{2} \overline{PR} = 5 \text{ หน่วย}$$

$$\text{และ } \overline{OS} = \overline{OQ} = \frac{1}{2} \overline{QS} = 12 \text{ หน่วย}$$

$$\text{หาค่า } \overline{PS} \text{ และ } \overline{PQ} \text{ โดย } \overline{PS}^2 = \overline{PQ}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{OS}^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

$$= 169$$

$$\text{ดังนั้น } \overline{PS} = \overline{PQ} = \sqrt{169}$$

$$= 13 \text{ หน่วย}$$

เนื่องจาก  $\overline{PS} = \overline{PQ}$  และ  $\overline{PQ} = \overline{RS}$

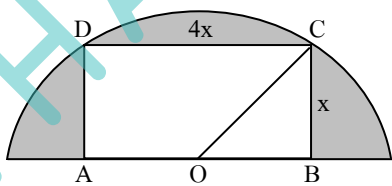
$$\text{ดังนั้น ความยาวรอบรูป } \square PQRS = \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} + \overline{SP} \\ = 13 + 13 + 13 + 13 = 4(13)$$

$$= 52 \text{ หน่วย}$$

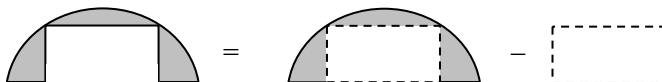
ตอบ

4. ในครึ่งวงกลมรัศมียาว  $5\sqrt{5}$  ซม. มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแนบในดังรูป จงหาพื้นที่ของวงกลมในส่วนที่แรเงา (กำหนดให้  $\pi = 3.14$ )

วิธีทำ จากโจทย์เขียนรูปได้ดังนี้



การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงามีหลักการดังนี้



$$\text{ขั้นที่ 1 หาพื้นที่ครึ่งวงกลม} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{2} (3.14) (5\sqrt{5})^2$$

$$= 196.43 \quad \text{ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ขั้นที่ 2 หาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว}$$

$$= x \times (4x) = 4x^2 \quad \text{ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ต้องหาค่า } x \text{ จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้; } \overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{BO}^2 \text{ (เมื่อ } \overline{BO} = \frac{1}{2} \overline{CD} = 2x)$$

$$= x^2 + (2x)^2$$

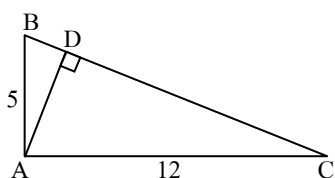
$$\begin{aligned} \text{ซึ่ง } \overline{CO} \text{ คือรัศมีของวงกลม; } & (5\sqrt{5})^2 = 5x^2 \\ & x^2 = \frac{125}{5} = 25 \\ & x = 5 \text{ นิ้ว} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า} & = 4x^2 \\ \text{แทนค่า } x = 5 \text{ นิ้ว จะได้พื้นที่} & = 4(5)^2 = 4(25) = 100 \text{ ตารางนิ้ว} \\ \text{ดังนั้น พื้นที่ส่วนแรเงา} & = \text{พื้นที่วงกลม} - \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม} \\ & = 196.43 - 100 \\ & = 96.43 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

ตอบ

5. จากรูป ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี A เป็นมุมฉาก และ  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  ดังรูป จงหาความยาวของ  $\overline{AD}$

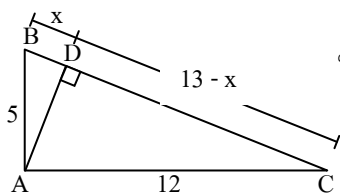
วิธีทำ



จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ให้หาความยาวของด้าน  $\overline{BC}$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 & = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \\ & = 5^2 + 12^2 \\ \overline{BC} & = \sqrt{169} = 13 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

เขียนรูปได้ดังนี้



ให้  $\overline{BD}$  ยาว x หน่วย ดังนั้น  $\overline{CD} = 13 - x$  หน่วย

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้ ①  $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2$   
 แทนค่าได้  $5^2 = \overline{AD}^2 + x^2$   
 ดังนั้น  $\overline{AD}^2 = 5^2 - x^2$  ----- ①

②  $\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$   
 แทนค่าได้  $12^2 = \overline{AD}^2 + (13 - x)^2$   
 ดังนั้น  $\overline{AD}^2 = 12^2 - (13 - x)^2$  ----- ②

เมื่อ ① = ② จะได้  $5^2 - x^2 = 12^2 - (13 - x)^2$   
 $5^2 - x^2 = 12^2 - (13^2 - 26x + x^2)$   
 $5^2 - x^2 = 12^2 - 13^2 + 26x - x^2$

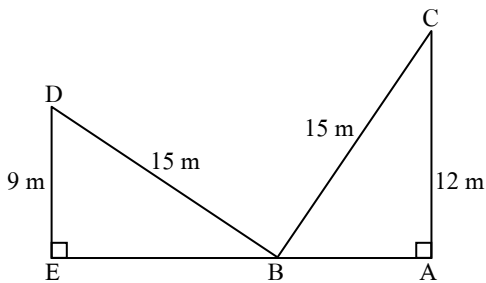
หาค่า x ได้  $26x = 5^2 - 12^2 + 13^2 = 50$   
 $x = \frac{50}{26} = \frac{25}{13}$

แทนค่า  $x = \frac{25}{13}$  เพื่อหาค่า  $\overline{AD}$  ได้  $\overline{AD}^2 = 5^2 - \left(\frac{25}{13}\right)^2 = \frac{3,600}{169}$

ดังนั้น  $\overline{AD} = \sqrt{\frac{3,600}{169}} = \frac{60}{13} = 4\frac{8}{13}$  หน่วย

ตอบ

6.



จากรูป บ้านไคยาว 15 เมตร พาดที่ขอบหน้าต่างตึกหลังหนึ่ง ซึ่งสูง 12 เมตร เมื่อพลิกบ้านไคไปอีกข้างหนึ่ง บ้านไคจะพาดขอบหน้าต่างของตึกอีกข้างหนึ่ง ซึ่งสูง 9 เมตรพอดี ขอบตึกทั้งสองอยู่ห่างกันกี่เมตร

**วิธีทำ** จากรูปข้างต้น ระยะห่างระหว่างตึกทั้งสองเท่ากับ  $\overline{AB} + \overline{BE}$  หน่วย

ใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส เพื่อหาค่า  $\overline{AB}$  และ  $\overline{BE}$  ได้ดังนี้

$$\text{หาค่า } \overline{AB}; \quad \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\text{แทนค่าได้} \quad 15^2 = \overline{AB}^2 + 12^2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \overline{AB}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$$

$$\overline{AB} = \sqrt{81} = 9 \text{ m}$$

$$\text{หาค่า } \overline{BE}; \quad \overline{BD}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{DE}^2$$

$$\text{แทนค่าได้} \quad 15^2 = \overline{BE}^2 + 9^2$$

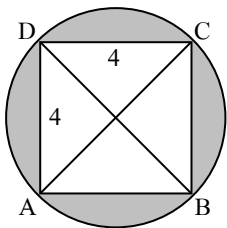
$$\text{ดังนั้น} \quad \overline{BE}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

$$\overline{BE} = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \text{ตึกทั้งสองตั้งอยู่ห่างกัน} \quad \overline{AB} + \overline{BE} = 9 \text{ m} + 12 \text{ m} = 21 \text{ m}$$

ตอบ

7.



ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลม ขวาด้านละ 4 นิ้ว จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

**วิธีทำ** พื้นที่ส่วนที่แรเงา = พื้นที่วงกลม - พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ สองเท่าของรัศมีวงกลม

$$\text{จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส} \quad \text{จะได้} \quad \overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$$

$$= 4^2 + 4^2 = 32$$

$$\overline{AC} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ นิ้ว}$$

$$\text{รัศมีของวงกลม} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ นิ้ว}$$

$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่วงกลม} - \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}$$

$$= \pi r^2 - (\text{ด้าน})^2$$

$$= (3.14) (2\sqrt{2})^2 - 4^2$$

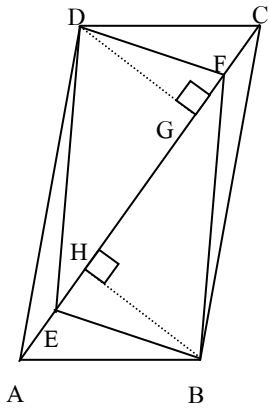
$$= 25.143 - 16$$

$$= 9.143 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบ



8.



จากรูป กำหนดให้  $\overline{AC} = 6$  เซนติเมตร  $\overline{EF} = 4$  เซนติเมตร  $\overline{BH} = 2.5$  เซนติเมตร และ  $\overline{DG} = 2$  เซนติเมตร จงหาพื้นที่บริเวณที่แรเงาในหน่วยตารางเซนติเมตร

**วิธีทำ** การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา คือการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

แล้วนำไปลบกับพื้นที่ของสี่เหลี่ยม BEDF ก็จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาตามต้องการ

$$* \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม } ABCD = \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ABC + \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ACD$$

แทนค่า  $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{BH} = 2.5 \text{ cm}$ , และ  $\overline{DG} = 2 \text{ cm}$ . ในสมการข้างต้น จะได้

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม } ABCD &= \left( \frac{1}{2} \times 6 \times 2.5 \right) + \left( \frac{1}{2} \times 6 \times 2 \right) \\ &= 7.5 + 6 = 13.5 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$* \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม } BEDF = \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } BEF + \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } DEF$$

แทนค่า  $\overline{EF} = 4 \text{ cm}$ ,  $\overline{BH} = 2.5 \text{ cm}$ , และ  $\overline{DG} = 2 \text{ cm}$ . ในสมการข้างต้น จะได้

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม } AECF &= \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 2.5 \right) + \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) \\ &= 5 + 4 = 9 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น บริเวณพื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม } ABCD + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม } BEDF$$

$$= 13.5 - 9 = 4.5 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

**ข้อสังเกต :** ข้อนี้มีวิธีคิดที่ง่ายกว่าวิธีข้างต้น คือให้มองสี่เหลี่ยมรูปนอก และสี่เหลี่ยมรูปในเป็นรูปสี่เหลี่ยมใดๆ

$$\text{จากสูตรการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมใดๆ} = \frac{1}{2} \times \text{เส้นทแยงมุม} \times \text{ผลบวกของเส้นกึ่ง}$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมใดๆ } ABCD - \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมใดๆ } BEDF$$

$$= \left( \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times (\overline{BH} + \overline{DG}) \right) - \left( \frac{1}{2} \times \overline{EF} \times (\overline{BH} + \overline{DG}) \right)$$

$$= \frac{1}{2} (\overline{BH} + \overline{DG}) (\overline{AC} - \overline{EF})$$

$$\text{แทนค่าตัวแปรทั้งสี่ตัว จะได้} = \frac{1}{2} (2.5 + 2) (6 - 4) = 4.5 \text{ ตารางเซนติเมตร} \quad \text{ตอบ}$$