

บทที่ 1 เลขยกกำลัง

จากคุณสมบัติของเลขยกกำลัง ให้น้องๆ สำกฏต่อไปนี้ แล้วนำไปประยุกต์ใช้

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ฐานเหมือนกัน นำเลขชี้กำลังมาบวกกัน
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ เมื่อมีกรณฑ์ ฐานเหมือนกัน นำเลขชี้กำลังลบกัน
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ (note; $a^{mn} = a^{nm}$)
4. $\left[\frac{a}{b}\right]^n = \frac{a^n}{b^n}$
 $\left[\frac{a}{b}\right]^{-n} = \frac{1}{\left[\frac{a}{b}\right]^n} = \left[\frac{b}{a}\right]^n$
5. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
 $(abc)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$

การนำคุณสมบัติของเลขยกกำลังไปใช้ ถ้า $a, b, c, x, y \neq 0$

1. $(-5)^2 (-5)^4 = (-5)^{2+4} = (-5)^6 = 5^6$ เช่นกัน
เพราะจำนวนติดลบ ยกกำลังเลขคู่ ได้จำนวนบวก
 เช่น $(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^{10} = 1$
 $(-2)^2 = 2^2 = 4$
 $(-3)^4 = 3^4 = 81$ เป็นต้น
2. $(0.5)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = (0.5)^2 (0.5)^5 = (0.5)^{2+5} = (0.5)^7$
เพราะ 0.5 ก็คือ $\frac{1}{2}$ นั่นเอง
3. $x^m \cdot x^{2m} \cdot x^{-m} = x^{m+2m+(-m)} = x^{m+2m-m} = x^{2m}$
4. $(a^{m+n})(a^5)(a^{-5}) = a^{m+n+5+c-5} = a^{m+n+5-5} = a^{m+n}$
5. $\frac{1}{2^{-3} \cdot 3^{-4} \cdot 5^2} = \frac{2^3 \cdot 3^4}{5^2} = \frac{8 \times 81}{25} = \frac{648}{25} = 25 \frac{23}{25}$
6. $\frac{a^2 \cdot b^{-3}}{a^{-1} \cdot b^{-3}} = \frac{a^2 \cdot a^1 \cdot \cancel{b^3}}{\cancel{b^3}} = a^3$
7. $\frac{63x^5}{9x^2} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{7} \cdot x^5}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 7x^3$
8. $\frac{3x^5 y^2}{9x^2 y^3} = \frac{1x^{5-2}}{3y^{3-2}} = \frac{x^3}{3y^1}$

เปลี่ยนเลขเป็นคูณ กลับเศษเป็นส่วน ให้อยู่ที่
อย่างอื่น

$$\begin{aligned}
 9. \frac{(x^{-2} \cdot y^{-3})^{-4}}{(x^{-6} \cdot y^{-1})^{-2}} & \div \frac{(x^5 \cdot y)^{-2} (x^{-2} \cdot y^3)^2}{(x^{-3} \cdot y^{-4})^{-2}} = \frac{x^{(-2)(-4)} \cdot y^{(-3)(-4)}}{x^{(-6)(-2)} \cdot y^{(-1)(-2)}} \times \frac{(x^{-3} \cdot y^{-4})^{-2}}{(x^5 \cdot y)^{-2} (x^{-2} \cdot y^3)^2} \\
 & = \frac{x^8 \cdot y^{12}}{x^{12} \cdot y^2} \times \frac{x^{(-3)(-2)} \cdot y^{(-4)(-2)}}{(x^{5(-2)} \cdot y^{-2})(x^{-2(2)} \cdot y^{3(2)})} \\
 & = \frac{y^{12-2}}{x^{12-8}} \times \frac{x^6 \cdot y^8}{x^{-10} \cdot y^{-2} \cdot x^{-4} \cdot y^6} \\
 & = \frac{y^{10}}{x^4} \times \frac{x^6 \cdot y^8}{x^{-10+(-4)} \cdot y^{-2+6}} \\
 & = \frac{y^{10}}{x^4} \times \frac{x^6 \cdot y^8}{x^{-14} \cdot y^4} = y^{10+8-4} \cdot x^{6-4-(-14)} \\
 & = \frac{16 \cdot 14}{x \cdot y} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. \frac{256x^2}{(2 \cdot a^4)^2} \div \frac{25ab}{10b} & = \frac{2^8 \cdot x^2}{2^{4(2)} \cdot a^{4(2)}} \times \frac{10b}{(5)(5)ab} \quad \text{เปลี่ยนเลขเป็นคูณ กลับเศษเป็นส่วน} \\
 & = \frac{2^8 \cdot x^2}{2^8 \cdot a^8} \times \frac{(2)(5)b}{(5)(5)ab} = \frac{2x^2}{a^8 \cdot a} = \frac{2x^2}{a^9} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่าย และมีเลขชี้กำลังเป็นบวก

$$1. (2^{-2} \cdot 3^{-1})^{-2} = 2^{(-2)(-2)} \cdot 3^{(-1)(-2)} = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \times 9 = 144$$

$$2. [(2^{-2})^{-3} \div 3^{-1}]^{-2} = \left[2^{(-2)(-3)} \div \frac{1}{3} \right]^{-2} = \left[2^6 \times \frac{3}{1} \right]^{-2} = \frac{1}{[(3)(2)^6]^2} = \frac{1}{3^2 \cdot 2^{6(2)}} = \frac{1}{3 \cdot 2^{12}}$$

$$\begin{aligned}
 3. [(a^m)^{-2n} (b^n)^{2m} \div (ab)^{2mn}]^{-1} & = \left[a^{m(-2n)} \cdot b^{n(2m)} \times \frac{1}{a^{2mn} \cdot b^{2mn}} \right]^{-1} \\
 & = \left[\frac{a^{-2mn} \cdot b^{2mn}}{a^{2mn} \cdot b^{2mn}} \right]^{-1} = [a^{-2mn-2mn}]^{-1} \\
 & = [a^{-4mn}]^{-1} = a^{+4mn} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. [(a^{-1}b^{-2})^m \cdot c^{2n}]^{-1} \cdot [(c^3)^n (ab)^{-2m}] & = [a^{-1m} \cdot b^{-2m} \cdot c^{2n}]^{-1} \cdot [c^{3n} \cdot a^{-2m} \cdot b^{-2m}] \\
 & = a^{(-1m)(-1)} \cdot b^{(-2m)(-1)} \cdot c^{2n(-1)} \cdot c^{3n} \cdot a^{-2m} \cdot b^{-2m} \\
 & = a^{1m} \cdot b^{2m} \cdot c^{-2n} \cdot c^{3n} \cdot a^{-2m} \cdot b^{-2m} \\
 & = a^{1m+(-2m)} \cdot b^{2m+(-2m)} \cdot c^{-2n+3n} \\
 & = a^{-1} \cdot b^0 \cdot c^n \\
 & = \frac{c^n}{a} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad \frac{3^{-5} \cdot (-3)^5 \cdot 3^4 \cdot (-3)^{-4}}{3^2 \cdot (-3)^{-4}} &= \frac{(-3)^5 \cdot 3^4 \cdot (-3)^4}{3^5 \cdot (-3)^4 \cdot 3^2} && \text{ทำเลขชี้กำลังทั้งหมดให้เป็นบวก} \\
 &&& \text{ด้วยทศกลับเศษ เป็นส่วน} \\
 &= (-3)^{5+4-4} \cdot 3^{4-5-2} \\
 &= (-3)^5 \cdot 3^{-3} = (-1)^5 (3)^5 \cdot 3^{-3} \\
 &= (-1) \cdot 3^{5+(-3)} = -3^2 = -9
 \end{aligned}$$

* นิยาม $(-3)^5$ ได้ดังนี้ ; เมื่อ -3 คือ $(-1)(3)$

$$\text{ดังนั้น } (-3)^5 = [(-1)(3)]^5 = (-1)^5 (3)^5$$

และเมื่อ (-1) เลขที่ $= -1$ ดังนั้น $(-1)^5 = -1$

$$\text{จะได้ } (-1)^5 (3)^5 = -3^5 \text{ นั่นเอง} \quad \text{ตอบ}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad \frac{2^{n+3}}{15^{-n-1}} \cdot \frac{6^{-n+2}}{5^{n+1}} &= \frac{2^n \cdot 2^3}{15^{-n} \cdot 15^{-1}} \cdot \frac{6^{-n} \cdot 6^2}{5^n \cdot 5^1} \\
 &= \frac{2^n \cdot 2^3 \cdot 15^n \cdot 15^1 \cdot 6^2}{6^n \cdot 5^n \cdot 5^1} && \text{ทำเลขชี้กำลังให้เป็นบวกให้หมด} \\
 &&& \text{โดยกลับเศษเป็นส่วน} \\
 &= \frac{2^n \cdot 2^3 \cdot (3 \cdot 5)^n \cdot (3 \cdot 5)^1 \cdot (3 \cdot 2)^2}{2^n \cdot 3^n \cdot 5^n \cdot 5^1} && ; \text{ เพราะ } 15^n = (3 \cdot 5)^n = 3^n \cdot 5^n \\
 &&& 6^2 = (3 \cdot 2)^2 = 3^2 \cdot 2^2 \\
 &&& 6^n = (3 \cdot 2)^n = 3^n \cdot 2^n \\
 &&& \text{แล้วก็เริ่มตัดทอนเศษส่วน} \\
 &= \frac{\cancel{2}^n \cdot 2^3 \cdot \cancel{3}^n \cdot \cancel{5}^n \cdot 3^1 \cdot \cancel{3}^1 \cdot 3^2 \cdot 2^2}{\cancel{2}^n \cdot \cancel{3}^n \cdot \cancel{5}^n \cdot 5^1} = \frac{2^3 \cdot 3^1 \cdot 3^2 \cdot 2^2}{5^1} = \frac{2^{3+2} \cdot 3^{1+2}}{5^1} \\
 &= \frac{2^5 \cdot 3^3}{5} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$7. \quad 10^{15} \times 9^7 \text{ เป็นกี่เท่าของ } 15^{14} \times 8^4$$

วิธีทำ วิธีที่จะเข้าใจ และแก้ปัญหาหนึ่งง่ายๆ คือนิยามเลขที่ง่าย และน้อยๆ

เช่น ทุกคนรู้ว่า 6 เป็น 3 เท่าของ 2 เพราะ $\frac{6}{2} = 3$

$$\text{ดังนั้น จากโจทย์ จะได้ } \frac{10^{15} \times 9^7}{15^{14} \times 8^4} = \text{คำตอบ}$$

หรือ คำตอบ

$$\begin{aligned}
 &= \frac{10^{15} \times 9^7}{15^{14} \times 8^4} \\
 &= \frac{(2^5 \cdot 5^5)(3^2)^7}{3^{14} \cdot 5^{14} \cdot (2^3)^4} \\
 &= \frac{2^{15} \cdot 5^{15} \cdot 3^{14}}{3^{14} \cdot 5^{14} \cdot 2^{12}} = 2^{15-12} \cdot 5^{15-14} \\
 &= 2^3 \cdot 5 = (8)(5) = 40
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 10^{15} \times 9^7 \text{ เป็น } 40 \text{ เท่า ของ } 15^{14} \times 8^4$$

ตอบ

8. $(x^{-1}y + xy^{-1})$ คูณกับ $(x^{-1} - y^{-1})^{-1}$

วิธีทำ $(x^{-1}y + xy^{-1})(x^{-1} - y^{-1})^{-1} = \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^{-1}$
 $= \left(\frac{y^2 + x^2}{xy}\right)\left(\frac{y-x}{xy}\right)^{-1}$
 $= \left(\frac{x^2 + y^2}{xy}\right)\left(\frac{xy}{y-x}\right)$
 $= \frac{x^2 + y^2}{y-x}$ ตอบ

* กล่าวถึงผลต่างกำลังสอง จากสูตร $x^2 - y^2$ สามารถแยกตัวประกอบได้

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

*** แต่ เราไม่สามารถแยกตัวประกอบของผลบวกกำลังสอง เช่น $x^2 + y^2$ ได้

ดังนั้น $x^2 + y^2$ ก็ยังเป็น $x^2 + y^2$ เช่นเดิม $(x^2 + y^2 = y^2 + x^2)$

แบบฝึกหัด

ไล่ทำจากน้อยไปหามาก ค่อยๆ คิดตามไปครับ

1. $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

2. $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

3. $\frac{1}{3^{-1}} = 1 \times 3^1 = 3$

4. $\frac{3}{4^{-2}} = 3 \times 4^2 = 3 \times (2^2)^2 = (3)(2)^4$

5. $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{[(-1)(4)]^3} = \frac{1}{(-1)^3(4)^3} = \frac{1}{(-1)(2^2)^3} = -\frac{1}{2^6}$

6. $\frac{1}{(-2)^{-5}} = 1 \times (-2)^5 = [(-1)(2)]^5 = (-1)^5(2)^5 = -2^5 = -32$

7. $\frac{5^1}{3^0} = \frac{1}{5^1(3)^0} = \frac{1}{5}$ เพราะ $3^0 = (\text{อะไรก็ตาม})^0 = 1$

8. $\frac{2^0}{3^{-2}} = 2^0 \cdot 3^2 = 1(3)^2 = 9$

9. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \frac{3^{-1}}{5^{-1}} = \frac{5^1}{3^1} = \frac{5}{3}$

10. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1^{-2}}{3^{-2}} = \frac{3^2}{1^2} = \frac{9}{1} = 9$

11. $\frac{5^{-1}}{3^{-2}} = \frac{3^2}{5^1} = \frac{9}{5}$

12. $\frac{3^{-3}}{6^{-2}} = \frac{6^2}{3^3} = \frac{[(2)(3)]^2}{3^3} = \frac{2^2 \cdot 3^2}{3^3} = \frac{2^2}{3^{3-2}} = \frac{4}{3}$

13. $3^{-2} + 3^2 = \frac{1}{3^2} + 3^2 = \frac{1}{9} + \frac{9}{1} = \frac{1+81}{9} = \frac{82}{9}$

14. $5^{-1} + 25^0 = \frac{1}{5} + 1 = \frac{6}{5}$

15. $4^{-1} - 4^{-2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{4-1}{16} = \frac{3}{16}$

16. $8^{-2} - 2^0 = \frac{1}{8^2} - 1 = \frac{1}{64} - 1 = \frac{1-64}{64} = -\frac{63}{64}$
17. $x^{-1} - y^{-1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy}$ ข้อนี้ $y-x \neq x-y$ นะครับ แต่ $y-x = -x+y$
แต่ $y+x = x+y$ เพราะ เราสามารถสลับที่บวกกันได้
18. $x^{-2} + y^{-2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{y^2+x^2}{x^2y^2}$ หรือ $\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$
19. $\frac{x^{-1}}{y^{-1}} + \frac{x}{y} = \frac{y^1}{x^1} + \frac{x}{y} = \frac{y^2+x^2}{xy}$ หรือ $\frac{x^2+y^2}{xy}$
20. $\frac{x}{y^{-1}} + \frac{x^{-1}}{y} = \frac{xy}{1} + \frac{1}{xy} = \frac{(xy)^2+1}{xy} = \frac{x^2y^2+1}{xy}$
21. $xy^{-1} + x^{-1}y = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2+y^2}{xy}$
22. $[x^{-1} \div y^{-1}]^{-1} = \left[\frac{1}{x} \div \frac{1}{y}\right]^{-1} = \left[\frac{1}{x} \times \frac{y}{1}\right]^{-1} = \left[\frac{y}{x}\right]^{-1} = \frac{x}{y}$ นี่เอง
23. $\frac{x^{-1} + y^{-1}}{(xy)^{-1}} = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{(xy)^{-1}} = \frac{y+x}{xy} \times \frac{xy}{1} = y+x$ หรือ $x+y$
24. $\frac{x}{y^{-1}} + \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{xy^1}{1} + \frac{y}{x} = \frac{x^2y+y}{x} = \frac{y(x+1)}{x}$
25. $\frac{x^{2n} \cdot x^n}{x^{n-1}} = \frac{x^{2n} \cdot x^n}{x^n \cdot x^{-1}} = x^{2n} \cdot x^1 = x^{2n+1}$
26. $\frac{(x^{n-1} \cdot x^{2n-1})^2}{x^{3n}} = \frac{(x^n \cdot x^{-1} \cdot x^{2n} \cdot x^{-1})^2}{x^{3n}} = \frac{x^{2(n-1)} \cdot x^{2n(2)} \cdot x^{-1(2)}}{x^{3n}} = \frac{x^{2n-2} \cdot x^{4n-2} \cdot x^{-2}}{x^{3n}} = x^{2n-2+4n-2-2-3n} = x^{2n+4n-3n-2-2} = x^{3n-4} = x^{3n-4}$
27. $\left[\frac{y^2 \div y^3}{y}\right]^{2n} = \left[\frac{y^2 \times \frac{1}{y^3}}{y}\right]^{2n} = \left[\frac{y^2}{y^3} \times \frac{1}{y}\right]^{2n} = [y^{2-3-1}]^{2n} = [y^{-2}]^{2n} = y^{-4n} = \frac{1}{y^{4n}}$
28. $\frac{(y^{n+1})^n}{y^n} = \frac{(y^n \cdot y^1)^n}{y^n} = \frac{y^{n \cdot n} \cdot y^{1 \cdot n}}{y^n} = \frac{y^{n^2} \cdot y^n}{y^n} = y^{n^2}$ หรือ $y^{n \cdot n}$
29. $\frac{x^n - 1}{x^{n-1}} = \frac{x^n \cdot x^{-1}}{x^n \cdot x^{-1}} = (x^1)^{-1} = x^{-1} = \frac{1}{x^1}$
30. $\frac{x^n \cdot y^{n+1}}{x^{2n-1} \cdot y^n} = \frac{x^n \cdot y^n \cdot y^1}{x^{2n} \cdot x^{-1} \cdot y^n} = \frac{y}{x^{2n-n-1}} = \frac{y}{x^{n-1}}$

การนำเลขยกกำลังไปใช้

1. เขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$

1.1) $1,024 = 1.024 \times 10^3$

1.6) $0.00134 = 1.34 \times 10^{-3}$

1.2) $1,048,000 = 1.048 \times 10^6$

1.7) $273 \times 10^5 = 2.73 \times 10^2 \times 10^5$

1.3) $0.0035 = 3.5 \times 10^{-3}$

$= 2.73 \times 10^7$

1.4) $0.0000006 = 6 \times 10^{-7}$

1.8) $1,573 \times 10^{-6} = 1.573 \times 10^3 \times 10^{-6}$

1.5) $326,700 = 3.267 \times 10^5$

$= 1.573 \times 10^{-3}$

1.9) $(0.00003)^5 = (3 \times 10^{-5})^5 = 3^5 \times 10^{-5(5)} = 3^5 \times 10^{-25}$

1.10) $(13,000,000)^2 \times (0.0002)^3 = (1.3 \times 10^7)^2 \times (2 \times 10^{-4})^3$
 $= (1.3)^2 \times 10^{7(2)} \times 2^3 \times 10^{-4(3)}$
 $= 1.69 \times 10^{14} \times 8 \times 10^{-12}$
 $= 13.52 \times 10^{14-12} = 13.52 \times 10^2 = 1.352 \times 10^1 \times 10^2$
 $= 1.352 \times 10^3$ ตอบ

2. จงทำ $\frac{1}{1+x^{p-q}} + \frac{1}{1+x^{q-p}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+x^{p-q}} + \frac{1}{1+x^{q-p}} &= \frac{1}{\frac{1+x^p}{1+x^q}} + \frac{1}{\frac{1+x^q}{1+x^p}} \\ &= \frac{1}{\frac{1+x^p}{1+x^q}} + \frac{1}{\frac{1+x^q}{1+x^p}} \\ &= \frac{1 \times \frac{1+x^q}{1+x^q}}{\frac{1+x^p}{1+x^q}} + \frac{1 \times \frac{1+x^p}{1+x^p}}{\frac{1+x^q}{1+x^p}} \\ &= \frac{1+x^q}{1+x^p} + \frac{1+x^p}{1+x^q} \quad \text{โดย } \frac{1+x^q}{1+x^p} \text{ ก็คือ } \frac{1+x^p}{1+x^q} \\ &= \frac{1+x^q}{1+x^p} + \frac{1+x^p}{1+x^q} \\ &= \frac{1+x^q}{1+x^p} + \frac{1+x^p}{1+x^q} = 1 \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

3. $\frac{3^{n+4} - 6 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^{n+2}} = \frac{3^n \cdot 3^4 - 3 \cdot 2 \cdot 3^n \cdot 3^1}{7 \cdot 3^n \cdot 3^2}$

แล้วดึงตัวประกอบ
เพื่อตัดทอนเศษส่วน

$$= \frac{\cancel{3^2} \cdot \cancel{3^n} (3^2 - 2)}{7 \cdot \cancel{3^n} \cdot \cancel{3^2}} = \frac{9-2}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

4. $\frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} = \frac{3 \cdot 2^n - 2^2 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^n \cdot 2^{-1}} = \frac{\cancel{2^n} (3-1)}{\cancel{2^n} (1-2^{-1})} = \frac{2}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \times \frac{2}{1} = 4$

* ข้อสังเกต เรื่องการดึงตัวร่วม เช่น $3 \cdot 2^n - 2^n = 2^n(3-1)$ เพราะ $3 \cdot 2^n - 2^n = 3 \cdot \underbrace{2^n} - \underbrace{2^n} \cdot 1$ (มี 2^n เป็นตัวร่วม)
 เมื่อดึง 2^n ออก จะได้ $= 2^n(3-1)$

สมบัติเลขยกกำลัง

ถ้า $a^x = a^y$ เมื่อ $a \neq 0, 1, -1$ แล้ว จะได้ $x = y$

1. ถ้า $2^x = \frac{1}{8}$ และ $3^y = \frac{1}{243}$ แล้ว จงหาค่า $x - y$

วิธีทำ จาก $2^x = \frac{1}{8}$ และ $3^y = \frac{1}{243}$
 $2^x = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$ และ $3^y = \frac{1}{3^5} = 3^{-5}$
 $\therefore x = -3$ $\therefore y = -5$

ดังนั้น $x - y = -3 - (-5) = -3 + 5 = +2$ ตอบ

2. จากสมการ $7^{2x-1} = 343$ จงหาค่าของ $2^x + x^2$

วิธีทำ $7^{2x-1} = 7^3$ ดังนั้น $2^x + x^2 = 2^2 + 2^2$
 $\therefore 2x - 1 = 3$ $= 4 + 4 = 8$
 $x = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ ตอบ

3. ถ้า $(125)^x = \frac{1}{8}$ แล้ว จงหาค่าของ $(625)^{-x}$

วิธีทำ จาก $(125)^x = \frac{1}{8}$ แล้ว $(625)^{-x} = (5^4)^{-x} = 5^{-4x} = \frac{1}{5^{4x}}$
 $5^{3x} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$ แทนค่า $5^x = \frac{1}{2}$ ใน $\frac{1}{5^{4x}}$
 $(5^x)^3 = (2^{-1})^3$ จะได้ $\frac{1}{5^{4x}} = \frac{1}{(5^x)^4} = \frac{1}{(\frac{1}{2})^4} = \frac{1}{(\frac{1}{16})} = 16$
 ดังนั้น $5^x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$ ตอบ

4. $\left[\frac{y^{2n} \cdot y^{n-1}}{x^{n-1} \cdot y} \right]^2 = \left[\frac{y^{2n} \cdot y^n \cdot y^{-1}}{x^n \cdot x^{-1} \cdot y} \right]^2 = \left[\frac{y^{2n+n-1}}{y^{1+1} \cdot x^n} \right]^2 = \left[\frac{y^{3n-1} \cdot x}{y^2 \cdot x^n} \right]^2$

$= \frac{y^{6n-2} \cdot x^2}{y^4 \cdot x^{2n}} = x^{2-2n} \cdot y^{6n-4}$ ตอบ

5. $\left(\frac{x^{2n}}{x^{n+1}} \right)^{-2} = \frac{x^{2n(-2)}}{x^{(n+1)(-2)}} = \frac{x^{-4n}}{x^{-2n-2}} = x^{-4n - (-2n-2)} = x^{-4n+2n+2} = x^{-2n+2}$ ตอบ

6. $\frac{x^n \cdot y^{2n-1}}{x^{n+1} \cdot y^{2n}} = x^{n-(n+1)} \cdot y^{2n-1-2n} = x^{n-n-1} \cdot y^{-1} = x^{-1} \cdot y^{-1} = \frac{1}{xy}$

7. $\frac{2^n (2^{n-1})^n}{2^{n+1} \cdot 2^{n-1}} \cdot \frac{1}{4^{-n}} = \frac{\cancel{2^n} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \dots \cdot \cancel{2} \cdot 1}{2^{n+1+(n-1)}} \cdot \frac{1}{2^{-2n}} = \frac{2^{n \cdot n} \cdot 1}{\cancel{2^{2n}} \cdot \cancel{2^{-2n}}} = 2^{n \cdot n} = 2^{n^2}$ ตอบ

$$8. \frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n+1}} \div \frac{4^{n+1}}{2^{(n+1)(n-1)}} = \frac{2^{n+1}}{2^{n \cdot n + n}} \times \frac{2^{n^2-1^2}}{2^{2(n+1)}}$$

กลับเศษเป็นส่วน
พท: เปลี่ยน \div เป็น \times
จก $4^{n+1} = (2^2)^{n+1} = 2^{2n+2}$

$$= \frac{2^{n+1}}{2^{n \cdot n + n}} \times \frac{2^{n^2-1^2}}{2^{2(n+1)}} = \frac{2^{n+1}}{2^{n \cdot n + n}} \times \frac{2^{n \cdot n - 2 \cdot n - 2}}{2^{2n+2}}$$

$$= \frac{1}{2^{2n+2}} \quad \text{ตอบ}$$

$$9. \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} = \frac{3 \cdot 2^n - 2 \cdot 2^n \cdot 2^{-2}}{2^n - 2^n \cdot 2^{-1}} = \frac{2^n(3-1)}{2^n(1-2^{-1})}$$

$$= \frac{2}{1-1/2} = \frac{2}{1/2} = 2 \times 2 = 4 \quad \text{ตอบ}$$

$$10. \frac{2^{n+3}}{15^{-n-1}} \cdot \frac{6^{-n+2}}{5^{n+1}} = \frac{2 \cdot 2^3}{(3 \cdot 5)^{-n-1}} \cdot \frac{[(2)(3)]^{-n+2}}{5^{n+1}} = \frac{2 \cdot 2^3 \cdot 2^{-n+2} \cdot 3^{-n+2}}{3^{-5n-5} \cdot 5^{n+1}}$$

$$= \frac{2^{3+2} \cdot 3^{2+5}}{3^{-5n-5} \cdot 5^{n+1}} = \frac{2^5 \cdot 3^7}{3^{-4n} \cdot 5^{n+1}} \quad \text{ตอบ}$$

$$11. \frac{3^{n+4} - 6 \cdot 3^{n+1}}{3^{n+2} \cdot 7} = \frac{3^n \cdot 3^4 - 2 \cdot 3 \cdot 3^n \cdot 3^1}{3^n \cdot 3^2 \cdot 7} = \frac{3^n \cdot 3^2 (3^2 - 2)}{3^n \cdot 3^2 \cdot 7} = \frac{9-2}{7}$$

$$= \frac{7}{7} = 1$$

$$12. \frac{c^{-1}}{(ab)^2} \div \left(\frac{b^5}{(ac)^{-3}} \right)^2 = \frac{1}{a^2 b^2 c^1} \div \frac{b^{10}}{(ac)^{-6}} = \frac{1}{a^2 b^2 c} \times \frac{(ac)^{-6}}{b^{10}}$$

$$= \frac{1}{a^2 b^2 c} \times \frac{1}{a^6 b^6 c^{10}} = \frac{1}{a^{2+6} \cdot b^{2+10} \cdot c^{1+6}}$$

$$= \frac{1}{a^8 b^{12} c^7} \quad \text{ตอบ}$$

$$13. \frac{2^{3n+3} \cdot 3^{-n}}{2^4 \cdot 2^{-n}} \cdot \frac{(2 \cdot 3)^n}{(2^3)^n} = \frac{2^{3n+3-4-(-n)} \cdot 3^{-n}}{2^4 \cdot 2^{-n}} \cdot \frac{2^n \cdot 3^n}{2^{3n}} = \frac{2^{4n-1} \cdot 2^n \cdot 2^{-3n}}{2^{4n-1+n+(-3n)}} = \frac{2^{5n-3n-1}}{2^{2n-1}}$$

$$= 2^{2n-1} \quad \text{ตอบ}$$

$$\begin{aligned}
 14. \quad \frac{2^2 ab}{8a^{-3} b^2 x} \div \left(\frac{a^4}{bx} \right)^2 &= \frac{2^2 ab}{2^3 a^{-3} b^2 x} \div \frac{a^8}{b^2 x^2} \\
 &= \frac{a^{1-(-3)}}{2^{3-2} \cdot b^{2-1} \cdot x} \times \frac{b^2 x^2}{a^8} \\
 &= \frac{a^4 \cdot b^2 \cdot x^2}{2^1 \cdot b \cdot x \cdot a^8} = \frac{b^{2-1} \cdot x^{2-1}}{2 \cdot a^{8-4}} = \frac{b^1 x^1}{2a^4} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15. \quad 20 \cdot \left(\frac{15}{16} \right)^7 \cdot \left(\frac{24}{25} \right)^5 \cdot \left(\frac{80}{81} \right)^3 &= 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{3 \cdot 5}{2^4} \right)^7 \cdot \left(\frac{3 \cdot 2^3}{5^2} \right)^5 \cdot \left(\frac{2^4 \cdot 5}{3^4} \right)^3 \\
 &= \frac{5 \cdot 2^2 \cdot 3^7 \cdot 5^7 \cdot 3^5 \cdot 2^{3(5)} \cdot 2^{4(3)} \cdot 5^3}{2^4 \cdot 5^{2 \cdot 5} \cdot 3^{4(3)}} \\
 &= \frac{5 \cdot 2^2 \cdot 3^7 \cdot 5^7 \cdot 3^5 \cdot 2^{15} \cdot 2^{12} \cdot 5^3}{2^4 \cdot 5^{10} \cdot 3^{12}} \\
 &= 2^{2+15+12-4} \cdot 3^{7+5-12} \cdot 5^{1+7+3-10} \\
 &= 2^{25} \cdot 3^0 \cdot 5^1 = 5 \cdot 2^{25} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

16. ถ้า $A = 2^{2^{2^2}}$ และ $B = ((2^2)^2)^2$ จงหาว่า A เป็นกี่เท่าของ B

นิยาม $A = 2^{2^{2^2}}$; $B = ((2^2)^2)^2$

จะได้ $A = 2^{2^4} = 2^{16}$ (ตัดทีละชั้นจากบนไปชั้นล่าง)

จะได้ $\frac{A}{B} = \frac{2^{16}}{2^8} = 2^{16-8} = 2^8$ เท่า ตอบ

ทำจากข้างในไปข้างนอก

$$= (2^{2 \cdot 2})^2 = 2^{4 \cdot 2} = 2^8$$

เลขยกกำลัง เมื่อเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน

เมื่อ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว

1. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
2. $a^{\frac{m}{n}} = \left[a^{\frac{1}{n}} \right]^m = \left[a^m \right]^{\frac{1}{n}}$

เหมือน 2^8 จะเขียนว่า $(2^2)^4$ หรือ $(2^4)^2$ ก็ได้
 ดังนั้น การนิยาม ต้องใช้การจินตนาการร่วมด้วย เสมอ.

แบบฝึกหัด

จงทำให้เป็นผลลัพท์

$$1. 32^{\frac{1}{5}} = 2^{5 \cdot \frac{1}{5}} = 2^1 = 2$$

$$2. (-27)^{\frac{1}{3}} = [(-1)(27)]^{\frac{1}{3}} = (-1)^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = (-1)^{\frac{1}{3}} \cdot 3^1 = -3$$

การแก้ปัญหานี้ (-1) ^{107 ส่วน} เช่น (-1)^{1/3}คือยกทุกตัว (-1) ^{เลขดี} = -1 ดังนั้น -1 = (-1)¹ = (-1)³ = (-1)¹⁰⁷ = ... = (-1) ^{เลขดี}

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } (-1)^{\frac{1}{3}} &= \left((-1)^3 \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{เพราะ } (-1)^3 \text{ ก็ตรงกับ } -1 \\ &= (-1)^{3 \cdot \frac{1}{3}} = (-1) \text{ เท่าเดิม} \end{aligned}$$

พอจะเข้าใจไหมครับ 😊

$$3. 16^{-\frac{2}{4}} = \left(\frac{4}{2} \right)^{-\frac{2}{4}} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$4. 27^{-\frac{2}{3}} = 3^{3 \cdot (-\frac{2}{3})} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$5. \left(\frac{4}{9} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{2^2}{3^2} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{2^{\frac{2 \cdot 3}{2}}}{3^{\frac{2 \cdot 3}{2}}} = \frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3} \right)^3$$

$$6. \left(\frac{4}{9} \right)^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{2^2}{3^2} \right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{2^{\frac{2 \cdot (-3)}{2}}}{3^{\frac{2 \cdot (-3)}{2}}} = \frac{2^{-3}}{3^{-3}} = \frac{2^3}{2^3} = \left(\frac{2}{2} \right)^3$$

$$7. x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{5}{3}} = x^{\frac{6}{3}} = x^2$$

$$8. x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{4}{3} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{3}} = x^{\frac{5}{3}}$$

$$9. \frac{x^{\frac{5}{6}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}} = x^{\frac{5-3}{6}} = x^{\frac{2}{6}} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$10. \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6}}$$

$$11. \left(\frac{a^6}{c^3} \right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{a^{2 \cdot (-\frac{2}{3})}}{c^{3 \cdot (-\frac{2}{3})}} = \frac{a^{-4}}{c^{-2}} = \frac{c^2}{a^4}$$

$$12. \left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{y^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{4}{x^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{x^{\frac{1}{2} \cdot 2}}{y^{2 \cdot 2}} \cdot \frac{4^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2} \cdot 2}} = \frac{x \cdot 2}{y^4 \cdot x} = \frac{2}{y^4}$$

$$13. \left[\frac{125 x^3 y^4}{27 x^6 y} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{5^3 \cdot y^{4-1}}{3^3 \cdot x^{6-3}} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{5 \cdot y^3}{3 \cdot x^3} \right]^{\frac{1}{3}} = \frac{5y}{3x}$$

$$14. (x^2)^{\frac{n}{2}} \cdot (y^{2n})^{\frac{2}{n}} = x^{\frac{2 \cdot n}{2}} \cdot y^{2n \cdot \frac{2}{n}} = x^n \cdot y^{2 \cdot 2} = x^n \cdot y^4$$

$$15. \left[\frac{27 x^3}{8 a^{-3}} \right]^{-\frac{2}{3}} = \left[\frac{3^3 \cdot x^3}{2^3 \cdot a^{-2}} \right]^{-\frac{2}{3}} = \frac{3^{3 \cdot (-\frac{2}{3})} \cdot x^{3 \cdot (-\frac{2}{3})}}{2^{3 \cdot (-\frac{2}{3})} \cdot a^{-2 \cdot (-\frac{2}{3})}} = \frac{3^{-2} \cdot x^{-2}}{2^{-2} \cdot a^{\frac{4}{3}}} = \frac{2 \cdot a^{\frac{4}{3}}}{3^2 \cdot x^2}$$

$$16. \left[\frac{a^{-\frac{1}{2}}}{4c^2} \right]^{-2} = \frac{a^{-\frac{1}{2} \cdot (-2)}}{[2^2 \cdot c^2]^{-2}} = \frac{a^{+1}}{2^{-4} \cdot c^{-4}} = 2^4 \cdot a^1 \cdot c^4$$

$$17. \left[\frac{x^{2n} \cdot y^n}{x^n \cdot y^{3n}} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[\frac{x^{2n-n}}{y^{3n-n}} \right]^{\frac{1}{n}} = \frac{x^{n \cdot \frac{1}{n}}}{y^{2n \cdot \frac{1}{n}}} = \frac{x}{y^2}$$

$$18. \left[(a^{-3})^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} = a^{-3 \cdot (\frac{2}{3}) \cdot (\frac{1}{2})} = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$19. \left[\frac{x^3}{y^4} \right]^3 \div \left[\frac{y^{-3}}{x^2} \right]^{-4} = \frac{x^{3(3)}}{y^{4(3)}} \div \frac{y^{(-3)(-4)}}{x^{2(-4)}} = \frac{x^9}{y^{12}} \times \frac{x^8 \cdot y^{12}}{x^{12}} = x^{17}$$

$$20. \left[\frac{a^3}{b^2} \right]^{\frac{1}{4}} \cdot \left[\frac{c^2}{b^{-1}} \right]^{\frac{1}{3}} \div \left[\frac{a^{-\frac{3}{2}}}{b \cdot c^{-3}} \right]^{\frac{1}{6}} = \frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot c^{2 \cdot \frac{1}{3}}}{b^{2 \cdot \frac{1}{4}} \cdot b^{-1 \cdot \frac{1}{3}}} \div \frac{a^{-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6}}}{b^{\frac{1}{6}} \cdot c^{-3 \cdot \frac{1}{6}}}$$

$$= \frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot c^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{3}}} \times \frac{b^{\frac{1}{6}} \cdot c^{-\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{4}}}$$

$$= a^{\frac{3}{4} - (-\frac{1}{4})} \cdot b^{\frac{1}{6} - \frac{1}{2} - (-\frac{1}{3})} \cdot c^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}$$

$$= a^1 \cdot b^{\frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \cdot c^{\frac{1}{6}} \quad \text{Tarab } b^{\frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{6} - \frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = b^0 = 1$$

$$= a^1 \cdot 1 \cdot c^{\frac{1}{6}} = a \cdot c^{\frac{1}{6}}$$

$$21. \left[(\sqrt{a^3})^{-2} \right]^{-\frac{1}{3}} = \left[(a^{\frac{3}{2}})^{-2} \right]^{-\frac{1}{3}} \quad \text{Insa: } \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \quad \text{dovani } \sqrt{a^3} = a^{\frac{1}{2} \cdot 3} = a^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{a^{\frac{3}{2} \cdot (-2) \cdot (-\frac{1}{3})}}{a^{+1}} = a = a$$

$$\begin{aligned}
 22. \quad (c^2)^{\frac{2}{3}} \left(c^{-\frac{1}{2}} \right)^{\frac{4}{5}} \sqrt{c^{\frac{4}{3}}} &= c^{2 \cdot \frac{2}{3}} \cdot c^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}} \cdot c^{\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}} \\
 &= c^{\frac{4}{3}} \cdot c^{-\frac{2}{5}} \cdot c^{\frac{2}{3}} \\
 &= c^{\frac{4}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23. \quad \left[\frac{a^{-2} \cdot b}{a^3 \cdot b^{-4}} \right]^{-3} \div \left[\frac{ab^{-1}}{a^{-3}b^2} \right]^5 &= \frac{a^{(-2)(-3)} \cdot b^{-3}}{a^{3(-3)} \cdot b^{(-4)(-3)}} \div \frac{a^5 b^{-1(5)}}{a^{(-3)(5)} \cdot b^{2(5)}} \\
 &= \frac{a^6 \cdot b^{-3}}{a^{-9} \cdot b^{12}} \times \frac{a^{-15} \cdot b^{10}}{a^5 \cdot b^{-5}} = a^{6-15-(-9)-5} \cdot b^{-3+10-12-(-5)} \\
 &= a^{-5} \cdot b^0 = a^{-5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 24. \quad \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b^{-1}}} \cdot \left[\frac{b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}} \right]^2 \div \left[\frac{a^{-\frac{1}{3}}}{b^{-\frac{1}{2}}} \right]^6 &= \frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{b^{2 \cdot \frac{1}{3}}}{a^{2 \cdot \frac{1}{3}}} \div \frac{a^{(-\frac{1}{3}) \cdot 6}}{b^{(-\frac{1}{2}) \cdot 6}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{b^{-3}}{a^{-2}} \\
 &= \frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{b^{-3}}{a^{-2}} \\
 &= a^{\frac{1}{3} - \frac{2}{3} - (-2)} \cdot b^{\frac{1}{2} - \frac{3}{1} - (-\frac{1}{3})} \\
 &= a^{-\frac{1}{3} + 2} \cdot b^{-\frac{5}{2} + \frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3}} \cdot b^{-\frac{13}{6}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 25. \quad \sqrt[3]{a^5}^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{a^{-5}} &= [a^{5 \cdot \frac{1}{3}}]^{\frac{1}{2}} \cdot [a^{-5 \cdot \frac{1}{2}}] = a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{-\frac{5}{2}} \\
 &= a^0 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 26. \quad \left[\frac{a^3}{b^2} \right]^{\frac{1}{2}} \div \left[\frac{b^3}{a^2} \right]^{-\frac{1}{2}} &= \frac{a^{3 \cdot \frac{1}{2}}}{b^{2 \cdot \frac{1}{2}}} \div \frac{b^{3(-\frac{1}{2})}}{a^{2(-\frac{1}{2})}} = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{b^1} \times \frac{a^{-1}}{b^{-\frac{3}{2}}} \\
 &= \frac{a^{\frac{3}{2}-1}}{b^{1-\frac{3}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^{-\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 27. \quad \left[\sqrt[9]{x^{-4} \cdot y^3} \right]^{-3} &= \left[x^{-\frac{4}{9}} \cdot y^{\frac{3}{9}} \right]^{-3} = x^{-\frac{4}{9}(-3)} \cdot y^{\frac{3}{9}(-3)} \\
 &= x^{\frac{4}{3}} \cdot y^{-1} = x^{\frac{4}{3}} \cdot y^{-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28. \quad (x^a \cdot y^{-b})^3 \cdot (x^3 \cdot y^2)^{-a} &= x^{3a} \cdot y^{-3b} \cdot x^{-3a} \cdot y^{-2a} = y^{-2a-3b}
 \end{aligned}$$

29. $\sqrt[3]{x^6 \cdot y^{\frac{2}{3}} \cdot z^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{7}{9}}} \cdot \left[\frac{-6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3}}{2 \cdot x \cdot y \cdot z} \right]^{-\frac{1}{2}}$

$= x^{6 \cdot \frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}} \cdot z^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{7}{9}} \cdot 2^{-6(-\frac{1}{2})} \cdot x^{-4(-\frac{1}{2})} \cdot y^{-2(-\frac{1}{2})} \cdot z^{\frac{1}{3}(-\frac{1}{2})}$
 $= x^2 \cdot y^{\frac{2}{9}} \cdot z^{\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{7}{9}} \cdot 2^3 \cdot x^2 \cdot y^1 \cdot z^{-\frac{1}{6}}$
 $= x^{2-2} \cdot y^{\frac{2}{9} + \frac{7}{9} - 1} \cdot z^{\frac{1}{6} - \frac{1}{6}} \cdot 2^3$
 $= x^0 \cdot y^0 \cdot z^0 \cdot 2^3$
 $= 2^3$
 $= 8$

30. $\frac{(216)^{\frac{1}{3}} \cdot \left[\frac{1}{8} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot \left[\frac{x^3}{27} \right]^{\frac{1}{3}}}{\left[\frac{8x^3}{125} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot (3\sqrt{5})^3}$

$= \frac{[2 \cdot 3 \cdot 3]^{\frac{1}{3}} \cdot \left[\frac{1}{2^3} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot \left[\frac{x^3}{3^3} \right]^{\frac{1}{3}}}{\left[\frac{2^3 \cdot x^3}{5^3} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot (5^{\frac{1}{3}})^3}$
 $= \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot x}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$
 $= \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$
 $= \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{2}$

31. $\left[\frac{a^{-3}}{b^{-\frac{2}{3}} \cdot c} \right]^{-\frac{3}{2}} \div \left[\frac{\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}} \sqrt[6]{b^3}}{a^2 \cdot c^{-1}} \right]^{-2}$

$= \frac{a^{-3(-\frac{3}{2})}}{b^{\frac{2}{3}(-\frac{3}{2})} \cdot c^{-\frac{3}{2}}} \div \left[\frac{a^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot b^{3 \cdot \frac{1}{6}}}{a^2 \cdot c^{-1}} \right]^{-2}$
 $= \frac{a^{\frac{9}{2}}}{b^{-1} \cdot c^{-\frac{3}{2}}} \div \left[\frac{a^{-\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{a^2 \cdot c^{-1}} \right]^{-2}$
 $= \frac{a^{\frac{9}{2}}}{b^{-1} \cdot c^{-\frac{3}{2}}} \div \frac{a^{-\frac{1}{4}(-2)} \cdot b^{\frac{1}{2}(-2)}}{2(-2) \cdot c^{-1(-2)}}$
 $= \frac{a^{\frac{9}{2}}}{b^{-1} \cdot c^{-\frac{3}{2}}} \div \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-1}}{a^{-4} \cdot c^2}$
 $= \frac{a^{\frac{9}{2}}}{b^{-1} \cdot c^{-\frac{3}{2}}} \times \frac{a^{-4} \cdot c^2}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-1}} = \frac{a^{\frac{9}{2} + (-4) - \frac{1}{2}} \cdot 2^{-(-\frac{3}{2})}}{b^{1 + (-1)}}$
 $= a^0 \cdot c^{\frac{3}{2}} = c^{\frac{3}{2}}$

$$\begin{aligned}
 32. \quad (a^2 - b^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (a+b)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a-b)^{\frac{3}{2}} &= ((a+b)(a-b))^{\frac{1}{2}} \cdot (a+b)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a-b)^{\frac{3}{2}} \\
 &= \cancel{(a+b)^{\frac{1}{2}}} \cdot (a-b)^{\frac{1}{2}} \cdot \cancel{(a+b)^{-\frac{1}{2}}} \cdot (a-b)^{\frac{3}{2}} \\
 &= (a-b)^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = (a-b)^2 \text{ หรือ } = a^2 - 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

33. จงหาว่า 2^{256} , 7^{96} และ 11^{64} จำนวนใดมีค่ามากที่สุด
 นั้นสิครับ ดูฐานของทั้ง 3 ตัว คือเลข 2, 7 และ 11 ดังนั้น เปรียบเทียบที่ฐานไม่ได้
 ต้องเปรียบเทียบที่เลขชี้กำลัง

ใช้น้อย ๆ รู้ว่า $100 > 25$ ใช่ไหมครับ
 เมื่อ $100 = 10^2$ และ $25 = 5^2$
 จะได้ $100 > 25$ คือ $10^2 > 5^2 \dots \rightarrow$ ต่างก็มีเลขชี้กำลัง = 2 เหมือนกัน
 $\dots \rightarrow$ ก็ดูที่ฐาน เลข 10 > เลข 5
 $\therefore 10^2 > 5^2$

จากใจหยัง นิจารณา น.ร.ม. ของ $256, 96, 64$ จะได้
 $256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
 $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 จะได้ น.ร.ม. ของ $256, 96$ และ 64 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$\therefore 256 = (32)(8)$
 $96 = (32)(3)$
 $64 = (32)(2)$
 จะได้ $2^{256} = (2^8)^{32}$
 $7^{96} = (7^3)^{32}$
 $11^{64} = (11^2)^{32}$
 ทั้งสามจำนวน ต่างก็มีเลขชี้กำลัง วงนอก เท่ากัน คือ 32
 มานิจารณา $2^8 = 256$
 $7^3 = 343$ (มากที่สุด ในบรรดา 3 ตัว)
 $11^2 = 121$

ดังนั้น จำนวนที่มีมากที่สุด คือ 7^{96} ตอบ

34. ถ้า $(36)^{5x-2} = 6^{5x+6}$ แล้ว $\frac{1}{126} \cdot x^x$ มีค่าเท่าใด

นิจารณาใจหยัง ;

จาก $(36)^{5x-2} = 6^{5x+6}$ } จะได้ $10x-4 = 5x+6$
 $2(5x-2) = 5x+6$ } $10x-5x = 6+4$
 $6 = 6$ } $5x = 10$
 $10x-4 = 5x+6$ } $x = \frac{10}{5} = 2$
 $6 = 6$ }
 ดังนั้น $\frac{1}{126} \cdot x^x = \frac{1}{126} \cdot 2^2$
 $= \frac{1}{126} \cdot 2^4 = \frac{16}{126}$
 $= \frac{8}{63}$ ตอบ

เขียนแบบทดสอบเรื่องเลขยกกำลัง

1) มาพิจารณากันว่าข้อใดถูกต้อง

1. $2,048 = 2^7$ ใช่หรือไม่

จริงๆ แล้ว $2,048 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 $= 2^{11}$ ครับ ไม่ใช่ 2^7

ข้อนี้ X

2. $0.000064 = 64 \times 10^{-6}$
 $= 2^6 \times \frac{1}{10^6} = \left(\frac{2}{10}\right)^6 = (0.2)^6$


โจทย์ถามว่า จะมี 3 เลขชี้กำลัง ใช่หรือไม่

ขอตอบว่า เงินไปได้ครับ แต่ไม่ใช่ 3 อย่างเดียว เป็น 1, 2, 3 หรือ 6 ก็ได้

เพราะเขียน $(0.2)^6 = ((0.2)^2)^3 = (0.04)^3$ ก็ได้ครับ

ไม่ผิด แต่ก็ไม่ถูกแบบเต็ม 100 ครับ

3. $(3a) \times (3a) \times (3a)$ เขียนเป็นเลขยกกำลังได้ $= (3a)^3$

ถูกต้องนะครับ  ไม่ต้องคิดมากเลยครับ ถูก sure sure

4. $(-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) = -6^4$ ใช่หรือไม่?

ผิดนะครับ เพราะ $(-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) = (-6)^4$ และนี่บอกเลขยกกำลัง -6 คือ $(-1)(6)$
 $= [(-1)(6)]^4 = (-1)^4 (6)^4$


และจำนวนเต็มลบ ยกกำลังเลขคู่ เช่น $(-1)^4$ ได้ผลลัพธ์เป็นบวกครับ

ดังนั้น $(-1)^4 (6)^4 = +6^4$ นั่นเอง ไม่ใช่ -6^4 แต่อย่างใด

2. จงหาค่าของ $(3a^5)(-a^7)(-2a^6) = 3 \cdot a^5 \cdot (-1) \cdot a^7 \cdot (-2) \cdot a^6$
 $= (+6) \cdot a^{5+7+6} = +6a^{18}$

ตอบข้อ 1. $6a^{18}$ ครับ

* อย่างลืมว่า $-a^7 = (-1)(a^7) = (-1)(\overbrace{a(a)(a) \dots (a)}^{7 \text{ ตัว}})$

$-a^7$ ไม่ใช่ $(-a)(-a) \dots (-a)$ นะครับ  อย่าทำผิดเชียวนะ

3. พิจารณาข้อต่อต่อไปนี้

1. $3^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$ จริ่งครับ ✓

2. $2^0 + 0^2 = 2 \Rightarrow 2^0 + 0^2 = 1 + 0 = 1$ ข้อนี้ X ครับ

เพราะโจทย์บอกว่า $2^0 + 0^2 = 2$ จริ่งๆ แล้วมันผิด

ที่ถูกคือ $2^0 + 0^2 = 1$ ครับ

ก็ต้องตอบว่า ข้อ 1 ถูก ข้อ 2 ผิดครับ

4. จงพิจารณาว่า ข้อความใดเป็นจริง

1. $2^{x-2} = \frac{2^x}{4}$ จริงไหม?

$\Rightarrow 2^{x-2} = 2^x \cdot 2^{-2} = \frac{2^x}{2^2} = \frac{2^x}{4}$ จริงครับ ✓

2. $\frac{1}{x^{m-n}} = \frac{x^n}{x^m}$ จริงไหม?

$\Rightarrow \frac{1}{x^{m-n}} = \frac{1}{x^m \cdot x^{-n}} = \frac{x^n}{x^m}$ จริงครับ ✓

3. $(2^{2x+1})^2 = 2^{4x+2}$ จริงไหม?

$\Rightarrow (2^{2x+1}) \cdot 2^2 = 2^{4x+2}$

ฐานเหมือนกัน นำเลขชี้กำลังบวกกัน

จะได้ $2^{2x+1+2} = 2^{4x+2}$

$2^{2x+3} = 2^{4x+2}$ ซึ่งไม่จริงครับ

$(2^{2x+1}) \cdot 2^2 \neq 2^{4x+2}$

แต่ถ้า $(2^{2x+1})^2$ นี่สิ จะเท่ากับ 2^{4x+2} ครับ

4. เมื่อ $a \neq 0$ แล้ว $(a^n)^2 = a$ จริงไหม?

$\Rightarrow \frac{(a^n)^2}{a^n} = \frac{a^{2n}}{a^n} = a^{2n-n} = a^n$ ซึ่ง $a^n \neq a$

\therefore ข้อนี้ ก็ไม่จริงครับ

ก็มีอีก 2 ข้อ คือ 1. และ 2. ครับ

5. ข้อใดเป็นจริง

1. $3^{-2} + 3^2 = 3^0$

$\frac{1}{3^2} + 3^2 = 3^0$

$\frac{1}{9} + \frac{9}{1} = 1$

$\frac{82}{9} = 1$ ไม่จริงครับ

(2) $(x^{-1} \div y^{-1})^{-1} = \frac{x}{y}$

$(\frac{1}{x} \div \frac{1}{y})^{-1} = \frac{x}{y}$

$(\frac{1}{x} \times \frac{y}{1})^{-1} = \frac{x}{y}$

$\frac{x}{y} = \frac{x}{y}$ จริงครับ ✓

3. $4^{xy} = (4^x)(4^y)$

~~$4^{xy} = 4^{x+y}$~~

ซึ่งผิดครับ

(4) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 4\right)^0 = 1$

$1 = 1$ จริงครับ ✓

6. $(5 \times 10^8)(7 \times 10^9)$ มีค่าตรงกับข้อใด

$$= 5 \times 7 \times 10^8 \times 10^9 = 35 \times 10^{8+9} = 35 \times 10^{17}$$

7. 2^3 มีค่ามากกว่า $(-2)^3$ เท่าใด

$$\text{ก็ให้นำตัวแรก - ตัวที่สอง} = 2^3 - (-2)^3 = 2^3 + 2^3 = 2(2^3) = 2^4 = 16$$

8. ถ้า A หารด้วย 2^{n+4} แล้วได้ผลเป็น $\frac{1}{2}$ แล้ว A = ?

$$\frac{A}{2^{n+4}} = \frac{1}{2} \quad \text{ดังนั้น} \quad A = \frac{1}{2} \times (2)^{n+4} \\ = 2^{n+4-1} = 2^{n+3}$$

9. ถ้า 2^{3n+4} หารด้วย B ได้ผลลัพธ์เป็น $128(2^n)$ แล้ว B = ?

$$\frac{2^{3n+4}}{B} = 128(2^n) \\ \therefore B = \frac{2^{3n+4}}{128 \cdot 2^n} = \frac{2^{3n} \cdot 2^4}{2^7 \cdot 2^n} = \frac{2^{3n-n}}{2^{7-4}} = \frac{2^{2n}}{2^3} = 2^{2n-3}$$

10. จงหาค่าของ $\left[\frac{a^2 b}{a^3 b^{-4}}\right]^{-3} \div \left[\frac{ab^{-1}}{a^{-3} b^2}\right]^5$

$$= [a^{2-3} \cdot b^{1-(-4)}]^{-3} \div [a^{1-(-3)} \cdot b^{-1-2}]^5 \\ = [a^{-1} \cdot b^5]^{-3} \div [a^4 \cdot b^{-3}]^5 \\ = [a^{-1(-3)} \cdot b^{5(-3)}] \div [a^{4(5)} \cdot b^{-3(5)}] \\ = \frac{a^3 \cdot b^{-15}}{a^{20} \cdot b^{-15}} = \frac{1}{a^{17}}$$

11. $\frac{8^{-1} \cdot x^0 \cdot y^{-3}}{(2xy)^{-5}} \div \left[\frac{x^{-1} \cdot y^3}{2 \cdot x^0 \cdot y^{-5}}\right]^{-2}$

$$= \frac{2^{3(-1)} \cdot 1 \cdot y^{-3}}{2^{-5} \cdot x^{-5} \cdot y^{-5}} \div \frac{x^{-1(-2)} \cdot y^{3(-2)}}{2^{-2} \cdot y^{-5(-2)}} \\ = \frac{2^{-3} \cdot y^{-3}}{2^{-5} \cdot x^{-5} \cdot y^{-5}} \times \frac{2^{-2} \cdot y^{10}}{x^2 \cdot y^{-6}} \\ = 2^{-3-2-(-5)} \cdot x^{5-2} \cdot y^{-3+10-(-5)-(-6)} \\ = 2^{-5+5} \cdot x^3 \cdot y^{18} \\ = x^3 y^{18}$$

$$12. \left[\frac{x^{-1}+y^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}\right] \cdot \left[\frac{x^{-1}-y^{-1}}{x^{-1}+y^{-1}}\right] = \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right] \cdot \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right]$$

ด้วยความที่เศษของตัวหน้า เท่ากับ ส่วนของตัวหลัง
และ ส่วนของตัวหน้า เท่ากับ เศษของตัวหลัง เช่นกัน

\therefore ข้อนี้ ตัดกันหมด ตอบ 1 ครับ

$$\begin{aligned}
 13. & (2.89 \times 10^4) + (1.78 \times 10^5) + (7.62 \times 10^4) + (8.2 \times 10^3) \\
 &= (2.89 \times 10^4) + (17.8 \times 10^4) + (7.62 \times 10^4) + (0.82 \times 10^4) \\
 &= (2.89 + 17.80 + 7.62 + 0.82) \times 10^4 = 2.13 \times 10^4 \text{ หรือ } 2.13 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14. & \frac{(60,000)^3 \cdot (0.00002)^4}{100^2 \cdot (72,000,000) \cdot (0.0002)^5} = \frac{(6 \times 10^4)^3 \cdot (2 \times 10^{-5})^4}{(10^2)^2 \cdot (72 \times 10^6) \cdot (2 \times 10^{-4})^5} \\
 &= \frac{6^3 \cdot 10^{4(3)} \cdot 2^4 \cdot 10^{-5(4)}}{10^4 \cdot (2^3 \cdot 3^2 \cdot 10^6) \cdot 2^5 \cdot 10^{-4(5)}} \\
 &= \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 10^{12} \cdot 2^4 \cdot 10^{-20}}{10^4 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 10^6 \cdot 2^5 \cdot 10^{-20}} \\
 &= \frac{2^{3+4} \cdot 3^3 \cdot 10^{12-20} \cdot 2^{-4-6-(-20)}}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 10^{12-20-4-6-(-20)}} \\
 &= \frac{2^{-1} \cdot 3^1 \cdot 10^2}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 10^{-20}} = \frac{300}{2} = 150
 \end{aligned}$$

และ จากตัวเลือกทั้ง 4 ข้อ นั้น

$$1. 0.015 \times 10^4 = 150 \quad \checkmark$$

$$2. 150 \times 10^{-4} \quad \times$$

$$3. 0.00150 \times 10^4 = 15 \quad \times$$

$$4. 0.00150 \times 10^6 = 1500 \quad \times$$

$$\begin{aligned}
 15. & [(4^{-2})^{-3} \div (81^{-1})^2]^{-4} \div [(8^{-2})^{-4} \div (27^{-3})^2]^{-2} \\
 &= [4^{-2(-3)} \div 81^{-1(2)}]^{-4} \div [8^{-2(-4)} \div 27^{-3(2)}]^{-2} \\
 &= [4^6 \div 81^{-2}]^{-4} \div [8^8 \div 27^{-6}]^{-2} = \left[\frac{(2^2)^6}{(3^4)^{-2}} \right]^{-4} \div \left[\frac{(2^3)^8}{(3^3)^{-6}} \right]^{-2} \\
 &= \frac{(2^{12})^{-4}}{(3^{-8})^{-4}} \div \frac{(2^{24})^{-2}}{(3^{-18})^{-2}} \\
 &= \frac{2^{-48}}{3^{32}} \times \frac{3^{36}}{2^{-36}} = 3^{36-32} = 3^4 = 81
 \end{aligned}$$

16. กำหนดให้ $9^x = 3^{x+5}$ จงหาว่า x

$$\left. \begin{aligned} (3^2)^x &= 3^{x+5} \\ 3^{2x} &= 3^{x+5} \end{aligned} \right\}$$

$$\therefore 2x = x+5$$

$$x = 5$$

แล้ว มาพิจารณาตัวเลือกต่อไปนี้

$$1. x+3 = 6 \quad \times$$

$$2. x-5 = 2 \quad \times$$

$$3. x+5 = 7 \quad \times$$

$$\textcircled{4.} x-2 = 3 \quad \checkmark$$

19. นักวิ่งปืนขึ้นห่างจากเป้า 400 m เมื่อวิ่งปืนไปข้างหน้าแล้ว 3 วินาที จึงได้ยินเสียงลูกปืนกระทบเป้า

ลูกปืนจะกระทบเป้าเวลาเท่าไร ถ้าเสียงมีความเร็ว 1.2×10^3 km/hr

วิธีทำ จากโจทย์ เมื่อวิ่งออกไปแล้ว 3 วินาที จึงได้ยินเสียงลูกปืนกระทบเป้า

*** เราคาดว่า $\left\{ \begin{array}{l} \text{แสดงว่า เสียงใช้เวลาเดินทางจากเป้า มาถึงผู้ยิง} = 1.5 \text{ วินาที หรือ } \frac{3}{2} \text{ วินาที} \\ \text{นิยาม ความเร็วเสียง ; } 1.2 \times 10^3 \text{ km/hr} \end{array} \right\}$ มาดูกรณีผู้ยิง

แปลว่า 3,600 วินาที เสียงเคลื่อนที่ไปได้ $1.2 \times 10^3 \times 10^3$ m

หรือ เสียงเคลื่อนที่ไปได้ $1.2 \times 10^3 \times 10^3$ m ใช้เวลา 3,600 วินาที

ดังนั้น ระยะทาง 400 m ใช้เวลา $\frac{3,600 \times 400}{1.2 \times 10^3 \times 10^3}$

$$= \frac{36 \times 4}{120} = 1.2 \text{ วินาที}$$

* แสดงว่า เมื่อลูกปืนกระทบเป้า เสียงที่ลูกปืนกระทบเป้า ใช้เวลาเคลื่อนที่ มาถึงผู้ยิง เพียง 1.2 วินาที เท่านั้น (ที่เราคิดว่า จะเป็น 1.5 วินาที จึงเป็นสมมติฐานที่ผิด)

* แสดงว่า เมื่อวิ่งปืนไปแล้ว 3 วินาที จึงได้ยินเสียงลูกปืนกระทบเป้า และเราก็คำนวณแล้วว่า เสียงจากเป้าใช้เวลา - เดินทางมาหาเรา = 1.2 วินาที

ดังนั้น เวลาที่ลูกปืนเดินทาง จนถึงเป้า + เวลาที่เสียงจากเป้า = 3 วินาที

$$x + 1.2 = 3$$

$$\therefore \text{ลูกปืนใช้เวลาเดินทางจนถึงเป้า} = 3 - 1.2 = 1.8 \text{ วินาที}$$

$$\text{หรือ} = 0.0018 \times 10^3 \text{ วินาที ตอบ}$$

20. พหุคูณของ $(x^{-1}y + xy^{-1})$ กับ $(x^{-1} - y^{-1})^{-1}$

$$\text{จะได้ } (x^{-1}y + xy^{-1}) \cdot (x^{-1} - y^{-1})^{-1} = \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right) \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{y^2 + x^2}{xy} \right) \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right)^{-1}$$

$$= \frac{y^2 + x^2}{xy} \cdot \frac{xy}{y-x} \quad \text{โดย } y^2 + x^2 = x^2 + y^2$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{y-x}$$

$$* \text{ ต้องรู้ที่ } y+x = x+y$$

$$\text{แต่ } y-x \neq x-y$$

$$\text{เพราะ } y-x = -x+y \text{ เท่านั้น}$$

ตอบ

$$\begin{aligned}
 21. \text{ จงหาค่าของ } \frac{20 \times 15^7 \times 24^5 \times 80^3}{16^7 \times 25^5 \times 81^3} &= \frac{(2^2 \times 5) \times 3^7 \cdot 5^7 \times (2^3 \cdot 3)^5 \times (2^4 \times 5)^3}{(2^4)^7 \times (5^2)^5 \times (3^4)^3} \\
 &= \frac{2^2 \cdot 5^1 \cdot 3^7 \cdot 5^7 \cdot 2^{3(5)} \cdot 3^5 \cdot 2^{4(3)} \cdot 5^3}{2^{28} \cdot 5^{10} \cdot 3^{12}} \\
 &= 2^{2+15+12-28} \cdot 3^{7+5-12} \cdot 5^{1+7+3-10} \\
 &= 2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^1 = 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 22. \frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n-1}} \div \frac{4^{n+1}}{(2^{n-1})^{n+1}} &= \frac{2^{n+1}}{2^{n \cdot n - n}} \times \frac{2^{(n-1)(n+1)}}{4^{n+1}} \\
 &= \frac{2^n \cdot 2^1}{2^{n \cdot n - n}} \times \frac{2^{n^2 - 1}}{2^{2n+2}} = \frac{2^n \cdot 2^1}{2^{n \cdot n - n}} \times \frac{2^{n \cdot n} \cdot 2^{-1}}{2^{2n} \cdot 2^2} \\
 &= \frac{2^{\cancel{n}} \cdot 1}{2^{2n-n}} \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23. \frac{4^{-n+2} \cdot 2^{2n+1} \cdot 8^{n+1}}{2^{3n+2}} + \frac{3^{n+4} \cdot 6 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^{n+2}} &= \frac{2^{-2n+4} \cdot 2^{2n+1} \cdot 2^{3n+3}}{2^{3n+2}} + \frac{3^{n+4} \cdot 2 \cdot 3^1 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^{n+2}} \\
 &= \frac{-2n+4+2n+1+3n+3-3n-2}{2} + \frac{n+1}{7} \cdot \frac{(2 \cdot 3 - 2)}{3} \cdot 1 \\
 &= 2 + 1 = 64 + 1 = 65
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 24. \frac{2^{n+3}}{15^{-n-1}} \cdot \frac{6^{-n+2}}{5^{n+1}} + \frac{5 \cdot 3^n - 9 \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}} &= \frac{2^{n+3} \cdot (2 \cdot 3)^{-n+2}}{(3 \cdot 5)^{-n-1} \cdot 5^{n+1}} + \frac{5 \cdot 3^n - 3 \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3 \cdot 3^{n-1}} \\
 &= \frac{2^{n+3} \cdot 2^{-n+2} \cdot 3^{-n+2}}{3^{-n-1} \cdot 5^{-n-1} \cdot 5^{n+1}} + \frac{5 \cdot 3^n - 3^n}{3^n (1 - 3^{-1})} \\
 &= \frac{2^{n+3-n+2} \cdot 3^{-n+2-n+1}}{3^{-n-1-n-1} \cdot 5^{n+1-n-1}} + \frac{3^n (5-1)}{3^n (1-\frac{1}{3})} \quad \text{โดย } 1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\
 &= 2^5 \cdot 3^{-n+2+n+1} + \frac{4}{\frac{2}{3}} \\
 &= 2^5 \cdot 3^2 + 4 \cdot \frac{3}{2} = (32)(27) + 6 = 864 + 6 = 870
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 25. & \frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{x^a}{x^b} + \frac{x^a}{x^c}} + \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{x^b}{x^c} + \frac{x^b}{x^a}} + \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{x^c}{x^a} + \frac{x^c}{x^b}} \\
 &= \frac{1}{\frac{x^b x^c + x^a x^c + x^a x^b}{x^b x^c}} + \frac{1}{\frac{x^c x^a + x^a x^b + x^b x^c}{x^c x^a}} + \frac{1}{\frac{x^a x^b + x^b x^c + x^a x^c}{x^a x^b}} * \\
 &= \frac{x^b x^c}{x^b x^c + x^a x^c + x^a x^b} + \frac{x^c x^a}{x^c x^a + x^a x^b + x^b x^c} + \frac{x^a x^b}{x^a x^b + x^b x^c + x^a x^c} \\
 &= \frac{x^b x^c + x^c x^a + x^a x^b}{x^b x^c + x^c x^a + x^a x^b} = 1
 \end{aligned}$$

แล้วกลับเศษเป็นส่วน
เพราะเปลี่ยนนพ (บรรทัด *) ให้เป็นคูณ

จะเห็นว่าตัวส่วนของแต่ละส่วน 3 ตัวเท่ากัน
อย่างพอดี ก็หาเศษบวกกันนั้นได้เลย

ตรงกับส่วน เท่ากันพอดี ตัดสั้นได้

$$\begin{aligned}
 26. & \text{จงหาค่าผลลัพธ์ของ } \left[\frac{x^a}{x^b} \right]^{a-b} \cdot \left[\frac{x^c}{x^b} \right]^{b+c} \div \left[\frac{x^a}{x^c} \right]^{a-c} \\
 &= \frac{x^{a(a-b)}}{x^{b(a-b)}} \cdot \frac{x^{c(b+c)}}{x^{b(b+c)}} \div \frac{x^{a(a-c)}}{x^{c(a-c)}} \\
 &= \frac{x^{a^2 - ab}}{x^{ab - b^2}} \cdot \frac{x^{cb + c^2}}{x^{b^2 + bc}} \cdot \frac{x^{ac - c^2}}{x^{a^2 - ac}} \\
 &= \frac{x^{aa - ab} \cdot x^{bc} \cdot x^{ac}}{x^{ab - bb} \cdot x^{bb + bc} \cdot x^{aa - ac}} \\
 &= \frac{x^{aa - ab} \cdot x^{bc} \cdot x^{ac}}{x^{ab - bb} \cdot x^{bb + bc} \cdot x^{aa - ac}} \\
 &= \frac{x^{-ab} \cdot x^{bc} \cdot x^{ac}}{x^{ab} \cdot x^{bc} \cdot x^{-ac}} = \frac{x^{ac+ac}}{x^{ab+ab}} = \frac{x^{2ac}}{x^{2ab}} \\
 &= x^{2ac-2ab}
 \end{aligned}$$

ตัดสั้น aa, bb, cc ให้ออก

$$27. \text{ ถ้า } \frac{7^{3n}}{7} \times \frac{7^{m-n}}{49} = 343 \text{ แล้ว } m^2 = ?$$

$$\frac{7^{3n}}{7} \cdot \frac{7^{m-n}}{7^2} = 7^3$$

$$\frac{7^{3n}}{7} \cdot \frac{7^{2m-2n}}{7^2} \cdot \frac{7^{-m-n}}{7} = 7^3$$

กลับเศษเป็นส่วน
เปลี่ยนเครื่องหมายเลขชี้กำลัง

$$\frac{7^{3n+2m-2n-m-n}}{7} = 7^3$$

$$7^m = 7^3$$

$$\therefore m = 3$$

$$\text{แล้ว } m^2 = 3^2 = 9 \text{ นั่นเอง}$$

28. ถ้า $2^{3x} = \frac{1}{5}$ และค่าของ $8^{-4x} = ?$

นิยาม $2^{3x} = (2^3)^x = 8^x$ นั่นเอง

$\therefore 2^{3x} = 8^x = \frac{1}{5}$ ตามใจจริง

ดังนั้น $(8^x)^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$

$8^{-4x} = \frac{1^{-4}}{5^{-4}} = \frac{5^4}{1^4} = 625$

29 กำหนดให้ $a = 3^{60}$, $b = 5^{45}$, $c = 6^{45}$ และ $d = 7^{30}$ ข้อใดเรียงลำดับจากมากไปน้อยได้ถูกต้อง

1. $d > c > b > a$
2. $a > c > b > d$
3. $d > a > b > c$
4. $c > b > a > d$

มาดูกันต่อไป...

ทำเลขชี้กำลังของทุกจำนวนให้เท่ากัน เริ่มจากทหหา ห.ร.ม. ก่อน

$$\begin{aligned} 60 &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ 45 &= 3 \times 3 \times 5 \\ 45 &= 3 \times 3 \times 5 \\ 30 &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

ห.ร.ม. ของ 60, 45 และ 30 คือ $3 \times 5 = 15$

$$\begin{aligned} \therefore a &= 3^{60} = (3^4)^{15} = (81)^{15} \\ b &= 5^{45} = (5^3)^{15} = (125)^{15} \\ c &= 6^{45} = (6^3)^{15} = (216)^{15} \quad * \text{ max. value} \\ d &= 7^{30} = (7^2)^{15} = (49)^{15} \end{aligned}$$

ที่นี้ตอบได้หรือยังครับว่า ข้อใดเรียงลำดับมากไปน้อยได้ถูกต้องที่สุด

30. ถ้า $2^{2k+5} - 248 = 2^{2k}$ แล้ว $k-1 = ?$

ทก $2^{2k+5} - 248 = 2^{2k}$

$2^{2k} \cdot 2^5 - 2^{2k} = +248$

$2^{2k} \cdot (2^5 - 1) = 248$

$2^{2k} = \frac{248}{31} = 8 = 2^3$

$\therefore 2k = 3$

$k = \frac{3}{2}$ ดังนั้น $k-1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ นั่นเอง

เป็นอย่างไรครับ หัวข้อใจจริง และการเฉลยอย่างละเอียดจำนวน 146 ข้อ ของบทที่ 1 เรื่องเลขยกกำลัง
ถ้าใจถึงอ่าน ก็ขอให้ฝึกถึงขั้น ที่ใจคน คิด และถ้าทบทวนคิดออกมาเงินการเขียนเรียบเรียงให้หน่อยๆ อ่าน
ลองคิดดูแล้วกันว่า คนอ่าน กับคนสอน ไตรลักษณ์กว่ากัน

“ ความสำเร็จ อยู่ในมือของคนขยัน ”

พบกันบทต่อไปครับ

Anakin..