

เส้นแรงแ , Vector และผลคูณ Vector

คิดตามในวิชาวิทยาศาสตร์ , หรือในระดับ ม.ปลายขึ้นไปในวิชาฟิสิกส์ , นั่นคือปัญหาเกี่ยวกับ "เส้นแรงแ"

ในทฤษฎีนั้น เรายังคงปริมาณ Vector , หลงคนตามที่มีค่ามากกว่า Vector คืออะไร?

นี่องกลับไปเปิดหนังสือวิชา ๑ ๑ ก็ารู้ว่า vector ปริมาณ ทางวิทยาศาสตร์ ที่ต้องบอกทั้ง ขนาด และ ทิศทาง

เช่น การกระจัด, ความเร็ว (\vec{v}) , ความเร่ง (\vec{a}) , น้ำหนัก และโมเมนตัม เป็นต้น

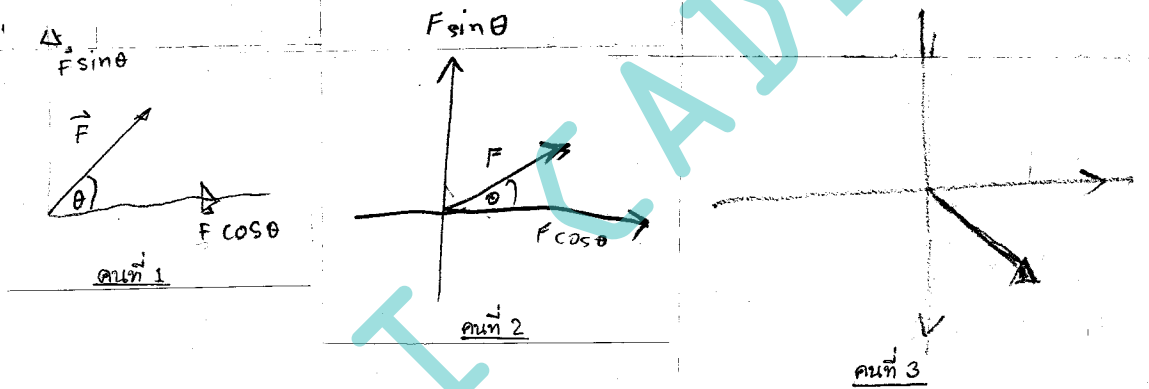
บทเรียนจะสอนเรา เริ่มจากรูปทรงอย่างๆ คือการโยน ผลกระทบมาเส้นหนึ่ง แล้วให้เขาแตกมัน ทั้งคู่แกน X และแกน Y

* นี่แหละน้อง จุดเริ่มต้นของปัญหา มีเคยตามตัวเองตั้งแต่วัย ม. ต้น แล้วทำ "แตกทำไม" และ "แตกยังไง (อะ?)"

เพราะตัวน้องๆ เขาคำถามลักษณะนี้ มีชื่อว่า หลายคน "เริ่มไม่ถูก" หลายคนก็ "ไปไม่เงิน"

ยกตัวอย่าง เด็กๆ 3 คนระดับ ให้แตกแรงแ \vec{F} แงเส้นหนึ่ง ให้แตกเข้า แกน X และแกน Y

เรามาดู วิธีรับ ที่ แต่ละคน ทำออกมาอย่างไรบ้าง ?



เห็นใจครับ ☺ แต่ละคน ทำไม่เหมือนกันเลย คำตามคือ ของใคร ถูกต้องล่ะ ?

อย่างน้อง ! มี short cut ไรที่คำตอบเลย ตัวน้องมี Vector ลักเส้น เช่น แรงแ \vec{F}

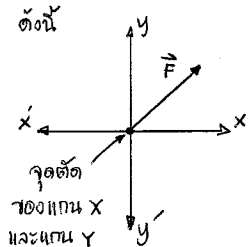
และต้อง หา แกนแตกมันทั้งแกน X และแกน Y

วันที่ 1 น้องต้องสร้าง แกน X และแกน Y ก่อน เปรียบเทียบจาก \vec{F} เข้าแกน X และแกน Y

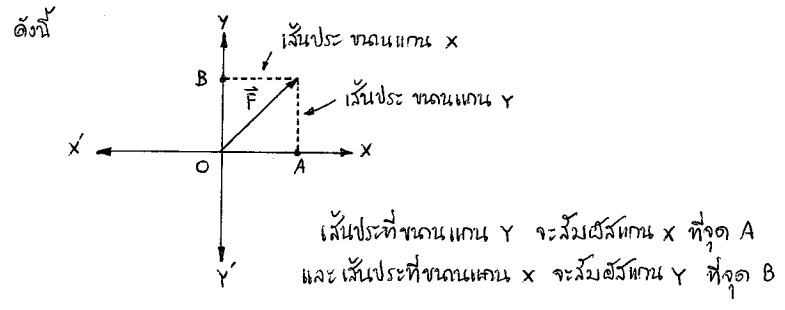
ถ้าไม่มีแกน X และแกน Y แล้ว มันก็แตกแรงแไม่ได้ใช้ใหม่ครับ

วันที่ 2 เมื่อมีแกน X และแกน Y แล้ว

เราก็หาแรงแ \vec{F} โดยที่จุดเริ่มต้นของแรงแ \vec{F} (ด้านที่ไม่มีลูกศร) จะอยู่ที่จุดตัดของ แกนทั้งสอง

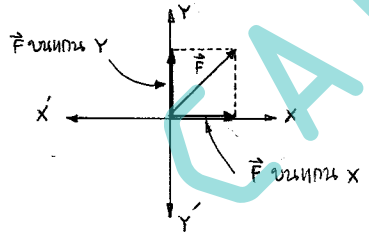


ขั้นที่ 3 นื่องดูที่จุดปลายเวกเตอร์ ที่ลูกดรนตรีบ
 ให้นื่องลากเส้นประ ขนานแกน x และเส้นประขนานแกน y

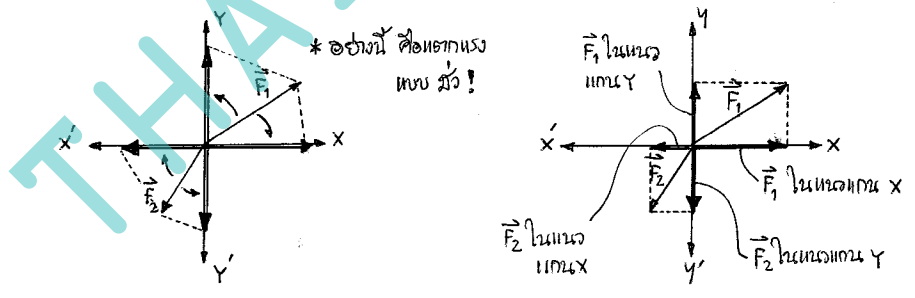


ขั้นที่ 4 นื่องเห็นจุด O, จุด A และจุด B ไหมครบ
 นื่องก็ลากวัดมี (เส้นตรงที่มีปลายเป็นลูกดร) จากจุด O ไปยังจุด A
 และจากจุด O ไปยังจุด B

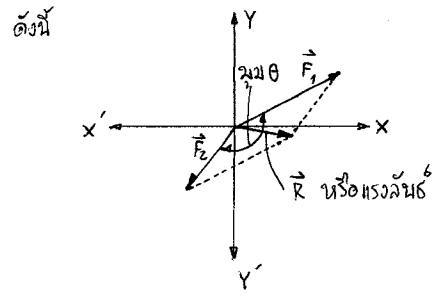
ดังนั้น \vec{OA} จึงเป็นขนาดของแรง \vec{F} บนแกนแกน X
 และ \vec{OB} จึงเป็นขนาดของแรง \vec{F} บนแกนแกน Y } เป็นตารางโดยอ้างอิง-
 -แนวเส้นประนั่นเอง



ดังนั้น ถ้าไปนื่องดู ที่ลูกดรเวกเตอร์ และแตกเห็นแกน X และแกน Y ได้แล้วละตรีบ
 นื่องลองดูตัวอ่บ่งต่อไปนี้ ด้บ



ที่นี้ เมื่อมีเวกเตอร์, อย่างน้อย 2 เส้น, ภาครกระทำกับวัตถุ เช่นรูปนี้ มีแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ภาครกระทำที่จุดอ่บ่งของแกน X และแกน Y
 เวก์อ่บ่งสมรเทศ เวก์อ่บ่ง ลัมธ (Resultant Vector) ใช้ใหม่ตรีบ
 นื่องดู ก็เกิดหน้งอ่บ่ง แล้วนื่องว่า เวก์อ่บ่งใช้ทฤษฎี □ ด้านทศน



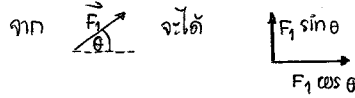
จะเห็นว่ ถ้าเวกัอ่บ่งรูป
 เวก์อ่บ่งจะหาทศน \vec{R} ได้
 ล้งันถ้าเรากัอ่บ่งทศนของ \vec{R} เรากัอ่บ่งทศนของ \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ก่อน
 และอ่บ่งทศนที่ \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ทศนทำอ่บ่งกัน (มุม θ) ด้วย ท่ θ มีทศนเท่าใด?
 โดยจากสูตร $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$

คำถามคือ ถ้าไม่ใช่สูตร $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$ เพราะเราจำสูตรไม่ได้ !

เราจะใช้ประโยชน์จากการแตกเวกเตอร์ เข้ากับแกน X และแกน Y ได้อย่างไร ?

อย่างนี้ไงครับ จาก \vec{F}_1 เป็นแรงที่พุ่งเฉียงไปทั้งข้างบน และทางขวา

ดังนั้น \vec{F}_1 จะถูกแตกเข้าแกน X ทางขวา และถูกแตกเข้าแกน Y ทางข้างบน



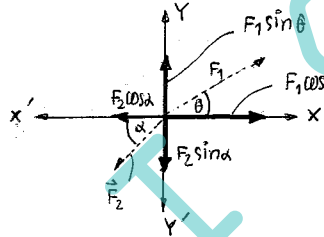
และจาก \vec{F}_2 เป็นแรงที่พุ่งเฉียงไปทั้งข้างล่าง และทางซ้าย

ดังนั้น \vec{F}_2 จะถูกแตกเข้าแกน X ทางซ้าย และถูกแตกเข้าแกน Y ทางด้านล่าง



ดังนั้น ถ้าเราให้ $F_1 \sin \theta, F_1 \cos \theta, F_2 \cos \alpha$ และ $F_2 \sin \alpha$ มาหักลบกัน ทางแกน X และแกน Y

เราจะสามารถนิยามได้ ดังนี้



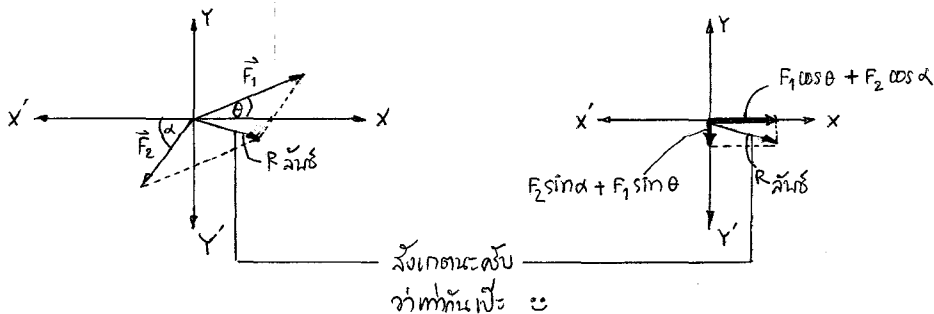
นี่จะเห็นว่า บนแนวแกน X นั้น ; $F_1 \cos \theta$ ซ้ำกับ $F_2 \cos \alpha$
บนแนวแกน Y นั้น ; $F_1 \sin \theta$ ซ้ำกับ $F_2 \sin \alpha$ ปิดบัง

∴ \vec{R} หรือเวกเตอร์ลัพธ์ จึงต้องพุ่งไปทางขวา และตั้งบนล่างล่างปิดบัง นั่นเอง

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } & F_1 \cos \theta + F_2 \cos \alpha \\ &= \overrightarrow{F_1 \cos \theta} + \overleftarrow{F_2 \cos \alpha} \\ &= \overrightarrow{\hspace{2cm}} \\ & \text{แรงลัพธ์ มอแกน X} = F_1 \cos \theta + F_2 \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } & F_2 \sin \alpha + F_1 \sin \theta \\ &= \overrightarrow{\hspace{1cm}} + \overrightarrow{\hspace{1cm}} = \overrightarrow{\hspace{2cm}} \quad \text{แรงลัพธ์ มอแกน Y} \\ &= F_2 \sin \alpha + F_1 \sin \theta \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าพิจารณา เวกเตอร์ลัพธ์ \vec{R} ทางแกน X และแกน Y แล้ว



สังเกตระดับ ว่าเท่ากันป่ะ ☺

รูปทางซ้าย เวกเตอร์ \vec{R} จากทฤษฎี □ ด้านบน

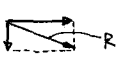
รูปทางขวา เวกเตอร์ \vec{R} จาก การหาเวกเตอร์ลัพธ์ ที่แตกกับ แกน X และแกน Y

สรุปว่า \vec{F}_1 แยกที่แกน X เป็น $F_1 \cos \theta$ ได้
 และแยกที่แกน Y เป็น $F_1 \sin \theta$ ได้

\vec{F}_2 แยกที่แกน X เป็น $F_2 \cos \alpha$ ได้
 และแยกที่แกน Y เป็น $F_2 \sin \alpha$ ได้

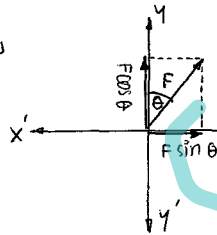
หากพิจารณาแกน X จะพบว่า $F_1 \cos \theta$ เท่ากับ $F_2 \cos \alpha$ (เท่ากันแต่ขั้ว)
 และพิจารณาแกน Y จะพบว่า $F_2 \sin \alpha$ เท่ากับ $F_1 \sin \theta$ (ข้างล่าง ขั้วข้างบน)

∴ $R_{\sin \theta}$ บนแกน X จะอยู่ทางอื่น ขวา
 และ $R_{\sin \theta}$ บนแกน Y จะชี้ลงข้างล่าง

ได้  นั่นเอง

Note : $F \cos \theta$ ไม่จำเป็นต้องอยู่บนแกน X เสมอไป }
 $F \sin \theta$ ไม่จำเป็นต้องอยู่บนแกน Y เสมอไป } เพราะอะไร?

น้ำองดูนะคับ

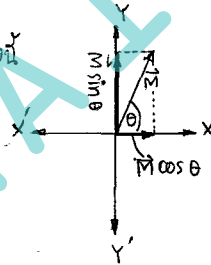


การแตก $\cos \theta$ และ $\sin \theta$
 มันขึ้นอยู่กับว่า θ (หรือมุม α, β, ω)

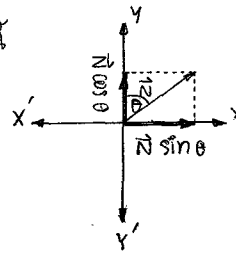
ทำมุมกับแกนใด อย่างไร ***

ถ้า θ ทำมุมกับแกน Y เช่นเดียวกับด้านซ้าย
 แรง F บนแกน Y ก็ต้องเป็น $F \cos \theta$
 และแรง F บนแกน X ก็ต้องเป็น $F \sin \theta$

อย่างนี้



; แต่ตัวอย่างนี้



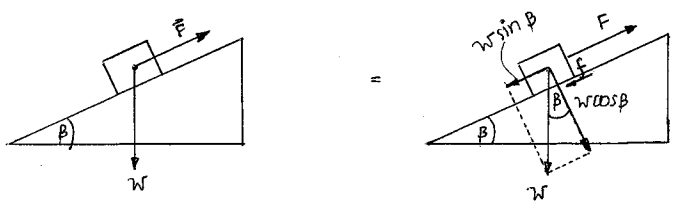
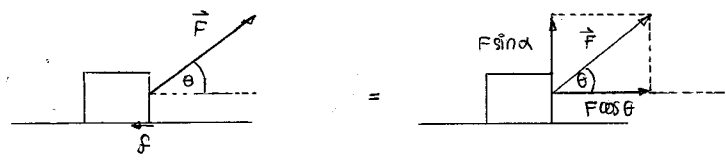
มันใหม่คับ การจะ $\cos \theta$ หรือ $\sin \theta$ นั้น

$\cos \theta$ ไม่ได้อยู่บนแกน X เสมอไป

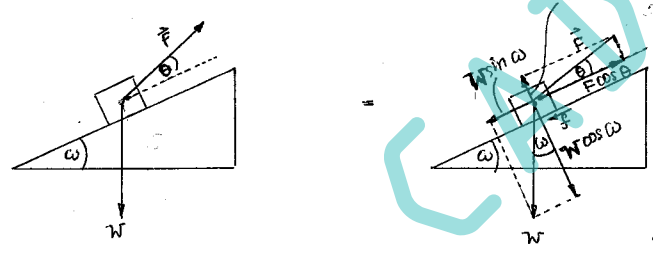
และ $\sin \theta$ ไม่ได้อยู่บนแกน Y เสมอไป

* โดยที่ การจะ $\cos \theta$ หรือ $\sin \theta$ ขึ้นอยู่กับว่า θ ทำมุมกับแกนใด อย่างไร

มีจะลองวาด ประโยชน์ ของกรณีนี้ แยกแรง \vec{F} เป็นหาแกนต่างๆ นะครับ



หรือ หากทำไดม อีก แบบนี้ ;



สมดุล ในระนาบแนวระดับ ;
 $F \cos \theta = f + W \sin \omega$
 โดย $f = \mu N$
 และ $N = W \cos \omega - F \sin \theta$

$\therefore F \cos \theta = \mu (W \cos \omega - F \sin \theta) + W \sin \omega$

เงินโง่ครับ ได้ Idea ในมสขบโง่
 ตัวเราแยกแรงแค่แกน x , และแกน y ไม่ใช่เงิน
 หาแรงลัพธ์ไม่ได้ , หาจุดศูนย์มวลไม่ได้
 ก็ไปต่อไม่ได้ระดับ ๖

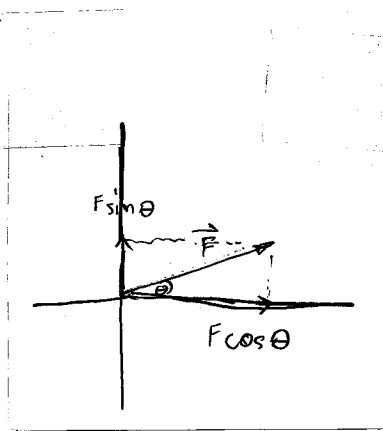
ดังนั้น น้องๆ ต้อง หัดวาดเส้นประ ขนแกน x และแกน y
 แล้วหัดเขียนเส้นแรง ในรูปแบบ \vec{F}_x และ \vec{F}_y

มีจากรถ ขุม ๑ (ชื่อ ω, β, ϵ) ที่ เราจะหาค $\cos \theta$ หรือ $\sin \theta$ ที่ไหนได้

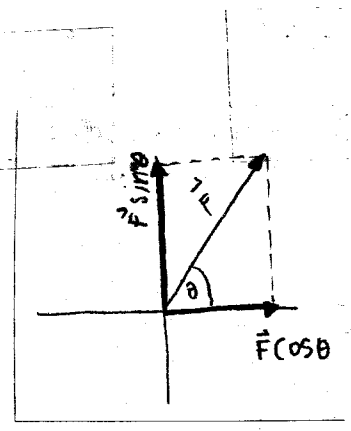
อ่านหนังสือเยอะๆ ครับ
 ลึก 4-5 รอบ น้องจะเข้าใจเนื้อหาได้ดีขึ้นมาก
 โง่คดีครับ

พี่แอด (hot3744@hotmail.com)
 www.thaicadet.org
 Call me : 087-561-2511

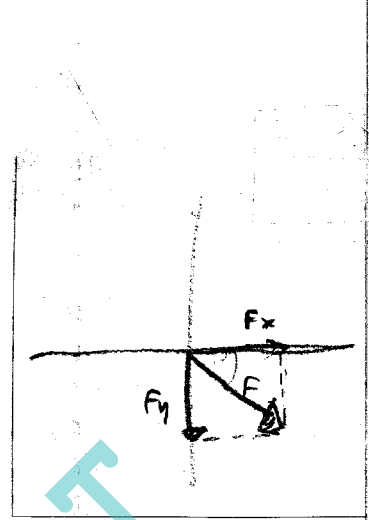
ปล. หลังจากที่นี้ได้ชี้ให้เห็นว่า การแตกออกเตอร์ ๓๓ ลากเส้นประขนานแกน x และแกนแกน y ก่อนจะเขียน F_x และ F_y นั้น เข็กรๆ ทุกคนสามารถทำได้ อย่างไม่จากเลออดริบ ๒



คนที่ 1



คนที่ 2



คนที่ 3

THAI CADET